Elements of Practical Geometry Trigonometry and Conic Sections with Trigonometrical Tables

Translated by Pundit Ajoodhya Pershad

1844

رسالہ

مساحت مستعمل و علم مثلث

و علم مخروطات و نقشہ جیب مستوی وغیرہ کا

ترجمہ پنڈت اجودھیا پرشاد نے کیا

دہلی اُردو اخبار پریس میں بیچ مکان مولوی محمد باقر صاحب واقع
گذر اعتقاد خان کے باہتمام پنڈت موتی لعل پرنٹر اور پبلشر کے چھاپہ ہوا
۱۸۴۴ء

فہرست مطالب کتاب

دیباچہ

مطلب اس کتاب سے یہ ہے کہ وہ اشخاص جنھوں نے کہ علم ریاضی
تحصیل نہیں کیا ہے اوسکے چند فوائد سے مطلع ہو جاویں —
اس کتاب میں اثبات دعوے چند اشکال کا درج نہیں کیا
گیا ہے اور اونکو بطریق نفس الامریات کے بیان کیا ہے
کیونکہ اگر اثبات دعوے اونکا اسمین درج کرتے تو یہ کتاب
اون شخصوں کے لئے جو کہ اس علم سے نہ تو بالکل بہرہ رکھتے
ہین اور نہ استعداد و شوق اوسکے تحصیل کا بہت مطول ہو جاتی
اور جن شخصوں نے کہ تھوڑا سا علم ریاضی تحصیل کیا ہے
یا اونکو بعد ختم اس کتاب کے اوسکو تحصیل کیا چاہتے ہین
اونکے لئے یہی اثبات دعوی اون اشکال کا درج کرنا کچھ ضرور
نہین رکھتا تھا — صرف چند فوائد علم ریاضی اور نقشہ ملحقہ
کے بتانے کے لئے یہ کتاب لکھی گئی ہے — باوجود کہ نقشہ جیب مستوی
وغیرہ کا جو اس کتاب کے آخر مین لگایا گیا ہے ناتمام ہی یعنی اوسمین
جیب مستوی دس دس دقیقہ چھوڑ کر لکھی گئے ہے پھر بھی یہ نقشہ
طریق استعمال مین لانے نقشہ جیب مستوی وغیرہ بتلانے کے لئے کافی ہے

بسم اللہ الرحمن الرحیم

حدود

قبل از سیکھنی اس رسالہ علم مساحت کارآمدنی کے سمجھنا کسور اعشاریہ اور علامات کا جوکہ جبر و مقابلہ مین کام آتی ہین ضرور ہی

— منہائی کی علامت ہے

+ ایزادی کی علامت ہے

× ضرب کی علامت ہے

= مساوی کی علامت ہے

$12 - 2 = 4 \times 2 + 2$ اس سے یہہ مفہوم ہوتا ہی کہ بارہ مین سے منہا دو یعنی ۱۰ اوس عدد کی برابر ہی جو کہ چار کو دو مین ضرب دیکر حاصل ضرب پر دو ایزاد کرنی سے حاصل ہوتا ہے

: اور :: علامات نسبت ہین مثلاً $5 : 10 :: 15 : 30$ اس سے یہہ مفہوم ہوتا ہی کہ پانچ کو دس سے وہی نسبت ہی جو کہ پندرہ کو ۳۰ سے ہی یعنی ۵ نصف ہی دس کا جیسا کہ ۱۵ نصف ہی ۳۰ کا — انکو $\frac{5}{10} = \frac{15}{30}$ اسطرح بھی لکھتے ہین $\frac{5}{10}$ $\frac{15}{30}$

اس سے یہہ مفہوم ہوتا ہی کہ ۵ تقسیم کی گئے دس سے برابر ہین ۱۵ کے تقسیم کی گئے ۳۰ سے یعنی اگر ۵ کو ۱۰ سی تقسیم کرین اور ۱۵ کو ۳۰ سے تو خارج قسمت دونو کے باہم برابر ہونگے

اگر داہین طرف کسی اعداد کی علامت (و) لکھی ہو اور اوس علامت کی داہین طرف اور بہی عدد یا اعداد سے لکھے ہون تو علامت (و) کی داہنی طرف جو اعداد لکھی ہین اون سے مراد اعداد کسور ہین یعنے وہ بموجب اپنی اپنی درجی سے کے حصہ دہم یا صدم یا ہزارم اور علی ہذا القیاس ہین یعنے درجہ اول داہین طرف علامت (و) کی ایک واحد کا حصۂ دہم ہی اور درجہ دوم حصہ صدم اور درجہ سوم حصہ ہزارم ہین وعلی ہذا القیاس مثلاً ۳ و ۲ تین سے جو کہ علامت (و) کے باہین طرف ہی مراد تین صحیح ہی یعنے تین چند ایک کا اور ۲ سی دو دسوین حصے ایک کے مراد ہی مثال دوم ۳ و ۲۵ تین سے اس جگہ مفہوم ہوتا ہی تین چند ایک کا اور ۲ سے $\frac{2}{10}$ اور ۵ سے $\frac{5}{100}$ یعنی $\frac{25}{100}$ کیونکہ $\frac{2}{10}$ برابر $\frac{20}{100}$ کی ہی مثال سوم ۳ و ۷۵۲ مراد تین سے تین صحیح ہی ۲ سے $\frac{2}{10}$ اور ۵ سے $\frac{5}{100}$ اور ۷ سی $\frac{7}{1000}$ یعنی تین صحیح اور $\frac{257}{1000}$ اگر کسی رقم مین اعداد صحیح نہون مگر اعداد کسور ہون تو باہین طرف اوس کسور اعشاریہ کے (و) لکہنا چاہیے اور داہین طرف کچھ نہین مثلاً ۲۵ و اسکی معنی یہہ ہین کہ ۲۵ صحیح نہین ہین بلکہ وہ ۱۰۰ اسے تقسیم کی گی ہین یعنے وہ کل رقم ایک صحیح کے چوتہائی ہی

عمل اعداد صحیح اور اعداد کسور اعشاریہ یا اعداد صحیح معہ کسور اعشاریہ کی ایک ہی قاعدہ پر ہوتے ہین اسکی عمل جمع اور تفریق مین صرف یہہ چاہیے کہ اعداد کسور کے حاصل جمع اور حاصل تفریق کے باہین طرف علامت (و) لکہہ کے اونکو اعداد صحیح سی جدا کرتے تاکہ اونمین امتیاز ہو سکی

عمل تفریق   عمل جمع

۱۰٫۸۶	۲٫۹۷
۲٫۹۷	۷٫۸۹
۷٫۸۹	۱۰٫۸۶

ضرب اعداد کسور اعشاریہ موافق ضرب اعداد صحیح کے ہوتی ہی لیکن درجے اعداد کسور مضروب اور مضروب فیہ ملا کر اوسکی حاصل ضرب مین سی علامت (و) داہنی طرف سی لکھ کر جدا کر لینا چاہئیے

مثلا ۲٫۸۴   مثال دوسری ٫۶۷۸
۳٫۲۲   ٫۲۳

مثلا	مثال دوسری
۲٫۸۴	٫۶۷۸
۳٫۲۲	٫۲۳
۵۶۸	۲۰۳۴
۵۶۸	۱۳۵۶
۸۵۲	
۹٫۱۴۴۸	٫۱۵۵۹۴

عمل تقسیم مین درجے اعداد کسور مقسوم اور مقسوم علیہ برابر چاہئیں اور اگر اونمین درجہ اعداد کسور برابر نہون تو ہم اونکو برابر کر سکتی ہین بدین طریق کہ جسمین جتنے درجے اعداد کسور کے کم ہون اوسمین اوتنی ہی سفر زیادہ کرین تاکہ اون دونون کے درجے برابر ہو جاوین — اعداد کسور اعشاریہ مین داہنی طرف نقط زیادہ کرنیسے اوسکی قیمت مین کچھ فرق نہین ہوجاتا ہی۔

جیساکہ مثال آئندہ مین ظاہر ہی ٫۱ = ٫۱۰ = ٫۱۰۰ یعنے $\frac{1}{10} = \frac{10}{100} = \frac{100}{1000}$

جسوقت کہ مقسوم و مقسوم علیہ کے درجہ اعداد کسور برابر ہوجاتے ہین عمل تقسیم کسور اعشاریہ موافق عمل تقسیم صحیح کے ہوتا ہی $\frac{۲٫۱۵۰}{۲٫۳۲۵}$ ۱٫۰۲

۲٫۲۵) ۲٫۳۰۰ (۱٫۰۲۵ ...
۲۲۵
۴۸۰۰
۴۶۵۰
۱۱۵۰

اس سے یہہ مفہوم ہوتا ہی کہ ۵ تقسیم کی گئے دس سے برابر ہین ۱۵ کے تقسیم کی گئے
۳۰ سے یعنی اگر ۵ کو ۱۰ سے تقسیم کرین اور ۱۵ کو ۳۰ سے تو خارج قسمت دونو کے
باہم برابر ہونگے

اگر داہین طرف کسی اعداد کی علامت (و) لکھی ہو اور اوس علامت کی داہین طرف
اور بہی عدد یا اعداد لکھے ہون تو علامت (و) کی داہنی طرف جو اعداد لکھی ہین اون سے مراد
اعداد کسور ہین یعنے وہ بموجب اپنی اپنی درجی کے حصہ دہم یا صدم یا ہزارم اور علی ہذا القیاس
ہین یعنے درجہ اول داہین طرف علامت (و) کی ایک واحد کا حصہ دہم ہی اور درجہ دوم
حصہ صدم اور درجہ سوم حصہ ہزارم ہین وعلی ہذا القیاس مثلاً ۲ و ۳ تین سے جو کہ علامت
(و) کے باہین طرف ہی مراد تین صحیح ہی یعنے ۳ چند ایک کا اور ۲ سی دو دسوین حصے
ایک کے مراد ہی مثال دوم ۲۵ و ۳ تین سے اس جگہ مفہوم ہوتا ہی ۳ چند ایک کا
اور ۲ سے $\frac{2}{10}$ اور ۵ سے $\frac{5}{100}$ یعنی $\frac{25}{100}$ کیونکہ $\frac{2}{10}$ برابر $\frac{20}{100}$ کے ہی مثال سوم
۷۵۲ و ۳ - مراد تین سے تین صحیح ہی ۲ سے $\frac{2}{10}$ اور ۵ سے $\frac{5}{100}$ اور ۷ سی
$\frac{7}{1000}$ یعنی تین صحیح اور $\frac{257}{1000}$ اگر کسی رقم مین اعداد صحیح نہون مگر اعداد کسور ہوون
تو باہین طرف اوس کسور اعشاریہ کے (و) لکھنا چاہیئے اور داہین طرف کچھ نہین مثلاً
۲۵ و اسکی معنی یہہ ہین کہ ۲۵ صحیح نہین ہین بلکہ وہ ۱۰۰ اسے تقسیم کی گی ہین یعنے وہ کل رقم
ایک صحیح کے چوتھائی ہی

عمل اعداد صحیح اور اعداد کسور اعشاریہ یا اعداد صحیح معہ کسور اعشاریہ کی ایک ہی
قاعدہ پر ہوتے ہین اسکی عمل جمع اور تفریق مین صرف یہہ چاہیئے کہ اعداد کسور کے حاصل
جمع اور حاصل تفریق کے باہین طرف علامت (و) لکھکے اونکو اعداد صحیح سی جدا کرے
تاکہ اونمین امتیاز ہو سکی

حدود

عمل جمع

۳و۹۷
۶و۸۷
۱۰و۸۴

عمل تفریق

۱۰و۸۴
۳و۹۷
۶و۸۷

ضرب اعداد کسور اعشاریہ موافق ضرب اعداد صحیح کے ہوتی ہی لیکن درجی اعداد کسور مضروب اور
مضروب فیہ ملاکر اوسکی حاصل ضرب مین سی علامت (و) داہین طرف لکھ کر جدا کر لینا چاہئے

مثلاً

۲و۸۴
۳و۲۲
۵۶۸
۵۶۸
۸۵۲
۹و۱۴۴۸

مثال دوسری

۶و۷۸
و۲۳
۲۰۳۴
۱۳۵۶
۱و۵۵۹۴

عمل تقسیم مین درجی اعداد کسور مقسوم اور مقسوم علیہ برابر چاہین اور اگر اونمین درجہ اعداد
کسور برابر نہون تو ہم اونکو برابر کرسکتی ہین بدین طریق کہ جسمین جتنے درجی اعداد کسور
کم ہون اوسمین اوتنی ہی صفر زیادہ کرین تاکہ اون دونون کے درجے برابر ہوجاوین۔ اعداد
کسور اعشاریہ مین داہنی طرف نقطہ زیادہ کرنیسے اوسکی قیمت مین کچھ فرق نہین ہوجاتا ہی۔
جیساکہ مثال آئندہ مین ظاہر ہی ا = ۱۰ا = ۱۰۰ا و یعنے $\frac{1}{10} = \frac{10}{100} = \frac{100}{1000}$
جسوقت کہ مقسوم و مقسوم علیہ کے درجہ اعداد کسور برابر ہوجاتے ہین عمل تقسیم کسور اعشاریہ
موافق عمل تقسیم صحیح کے ہوتا ہی $\frac{21.50}{2.50}$ = ۲و۵۰) ۲۱و۵۰ (۸و۶

۲۳ ۹و۳۰۰
۲ ۲۵
۶۸۰۰
۴۶۵۰
۱۱۵۰

۴ اگر خارج قسمت اس عمل تقسیم کا ۱۰۲ سے زیادہ دریافت کرنا منظور ہو تو باقی مقسوم کے داہنی طرف ایک سفر زیادہ کرنا چاہئے - ایک سفر کی زیادہ کرنیسے اوسکی قیمت دس گنی ہوجاوگی یعنے ۲۱۵۰۰ ہوجائینگی - اگر اوسکو ۲۰۳۲۵ پر تقسیم کرین تو خارج قسمت صحیح نہوگا بلکہ ہر ایک واحد خارج قسمت کا دسوان حصہ ایک صحیح کا ہوگا اور خارج قسمت کا درجہ دوم سوان حصہ ہوگا اور علی ہذالقیاس اور اسی سبب اعداد کسور داہنی طرف (۰) کی برابر لکھی جاتی ہین جیسا کہ سابق ذکر کیا گیا ہے اور اسی طریق سے سفر زیادہ کرکے جتنا چاہین اس تقسیم کو طویل کرسکتے ہین

۲،۳۲۵) ۲۳۹،۳۰۰ (۱۰۲،۹۲۴ $\frac{۱۷۰۰}{۲۳۲۵}$

۲۳۲۵
―――
۶۸۰۰
۴۶۵۰
―――
۲۱۵۰۰
۲۰۹۲۵
―――
۵۷۵۰
۴۶۵۰
―――
۱۱۰۰۰
۹۳۰۰
―――
۱۷۰۰

اعداد صحیح خارج قسمت مین ۱۰۲ تہی اگر اون پر اعداد کسور خارج قسمت زیادہ کرین تو تمام اعداد خارج قسمت ۱۰۲،۹۲۴ $\frac{۱۷۰۰}{۲۳۲۵}$ ہونگے عمل جذر اور کعب مین اعداد کسور اعشاریہ کے درجے پورے کرنے چاہئین یعنے اگر جذر نکالنی منظور ہو تو ۲ سے تقسیم ہوسکین اور اگر نہوسکی تو ایک سفر زیادہ کیا جاہئے اور درصورتیکہ کعب نکالنا چاہتے ہین تو تین سے تقسیم ہوسکی اور اگر نہوسکے تو ایک یا دو نقطے زیادہ کرنے چاہئین یعنے اگر بعد تقسیم کی ایک درجہ بچی تو ۲ سفر اور اگر ۲ درجے بچین تو ۱ سفر زیادہ کریے — اعداد کسور مین نقطہ زیادہ کرنیکا باعث وہ شخص بخوبی سمجھینگے جو کہ

باب اول سطوح کے بیان مین

عمل جیذر و کعب سے کما حقہ ماہر ہین اور چونکہ سمجھنا اس رسالہ کا اسکے جاننے پر موقوف نہین ہی تو در باب اوسکے ہم کچھہ ذکر نہ کرینگے

رسالہ علم مساحت کاراصدنی

باب اول سطوح کی بیان مین

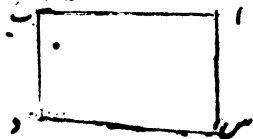
علم مساحت کاراصدنی ایک ترکیب مرتسم کرنے اشکال علم ریاضی کے رول یا پرکار یا کسی اور الہ سے جوکہ اس مطلب کے واسطے اور تشخیص کرنے ابعاد ثلاثہ کے لئے کام اتی ہین ہی یہہ ترکیب مبنی اوپر خواص اور مقادیر اشکال کے خطوط وغیرہ کے جوکہ تحریر اقلیدس اور اور ایسی ہی کتابونمین مندرج ہین ہی

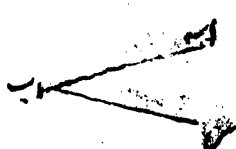
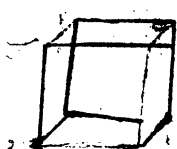
بیان حدود کا

۱ — نقطہ اسکے تئین کہتے جس کا جزو نہو اور نہ قابل حس کے ہو

۲ — خط طول ہی بے عرض وہ نقطہ پر منتہی ہوتا ہی

۳ — خط مستقیم وہ ہی کہ اپنے دونو انجام کے نقطون کی سیدہ پر جیسا کہ ا ب

۴ — سطح یا بسیط وہ ہی کہ فقط طول اور عرض رکھے وہ خط پر منتہی ہوتا ہی جیسی کہ ا ب س د

۵ — سطح مستوی وہ ہی کہ ہر ایک جاہ ہر جگہ ہموار ہو یا یہہ کہ اگر کوئی خط مستقیم اوس سطح مین کھینچین جس جگہ کہ وہ گذرے سطح سے مس کرے اور ملاتے ہو

۶ — ایک جسم ٹھوس وہ ہی جس کا طول اور عرض اور عمق یا مٹا پا ہو اور وہ سطح پر منتہی ہوتا ہی جیسا کہ ا ب س د

۷ — زاویہ مسطح وہ ہی کہ واقع ہو درمیان دو خط

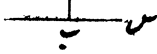
۶ مستقیم کی جو کہ ایک نقطہ پر ملین اگرچہ دونو ملکر ایک خط ہو جاوین

اس سے یہہ بات ظاہر ہوتی ہی کہ خطوط اب اور ب س کے چہوٹے یا بڑے ہونے

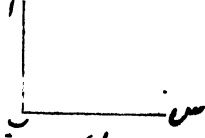
سے زاویہ اب س مین کچہہ کمی یا بیشی واقع نہین ہوتی ہی

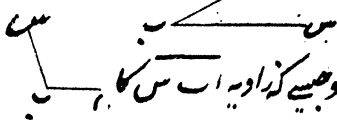
۸ — اگر ایک خط مستقیم دوسری خط مستقیم پر قایم ہو اور اوس خط کے ایکطرف

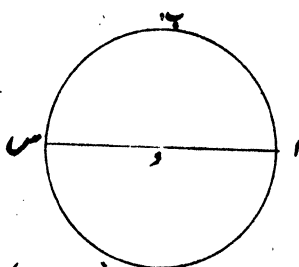
دو زاوے برابر پیدا کرے تو خط قایم کو عمود اور اون زاویون مین سے ہر واحد

کو زاویہ قایمہ کہتے ہین جیسے خط اب س د پر عمود ہی اور دو قایمہ پیدا کرتا ہی

۹ — زاویہ کی تین قسمین ہین یعنی قایمہ حادہ اور منفرجہ

۹ — زاویہ قایمہ مابین دو خط مستقیم کے ہوتا ہی جو کہ ایک دوسری پر عمود ہین جیسے

اب س

۱۰ — زاویہ حادہ وہ ہی کہ

قایمہ سی چہوٹا ہو جیسی کہ زاویہ اب س کا

۱۱ — زاویہ منفرجہ اسکے تئین کہتے ہین کہ بزرگتر قایمہ سے ہو جیسے کہ زاویہ اب س کا

۱۲ — دایرہ ایک شکل مسطح ہی

جو کہ ایک خط مستقیم و ا کو اوسکے

انجام کے ایک نقطہ پر گردش

دینی سے پیدا ہوتا ہی

۱۳ — مرکز دایرہ نقطہ و ہی گرد جسکے کہ دایرہ کہینچا ہی اور خط منحنی اج س کو محیط دایرہ

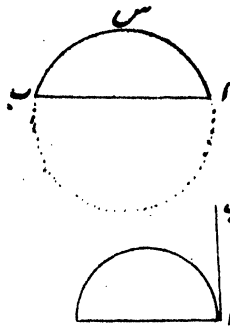
کہتے ہین اور وہ اکثر ۳۶۰ درجو مین منقسم ہوتا ہی

۱۴ — قطر دایرہ ایک خط مستقیم ہی جو کہ مرکز سے گذر کے دونو

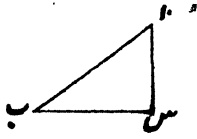
طرف محیط دایرہ پر منتہی ہوتا ہی جیسے کہ خط اس بیچ شکل نمبر ۱۲ کے

باب اول سطوح کے بیان مین

۱۵ — قوس جزو دایرہ ہے
جیسا کہ ا ب س

س
ب ا

۱۶ — وتر ایک خط مستقیم ہے
جو کہ قوس کے دو نوں طرفون کو
واصل ہوتا ہے جیسی کہ خط ا ب
مماس ایک خط مستقیم ہے جو کہ قطر
دایرہ کے انجام پر عمود ہوتا ہی جیسا کہ آ ب

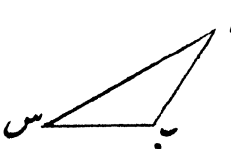
ب
آ

۱۷ — تمام اشکال مسطح جو کہ تین خطوط مستقیم سے محیط ہین مثلث کہلاتے ہین اور وہ
موافق خواص خطوط اور زاویون کے موسوم بنام مختلف ہین

۱۸ — جس مثلث مین کہ ایک زاویہ قایمہ ہے اوسکو مثلث قایمۃ الزاویہ کہتے ہین
اور خط مقابل زاویہ قایمہ کو وتر قایمہ اور باقی دو نو خطوط کو ساقین
کہتے ہین جیسے کہ مثلث ا ب س ا ب وتر قایمہ اور ب س اور ا س ساقین ہین

ا
ب س

۱۹ — مثلث حادۃ الزاویہ وہ ہے جسمین تمام زاویے
حادہ ہون جیسے کہ مثلث ا ب س

ا
س ب

۲۰ — مثلث منفرجۃ الزاویہ وہی جس مین ایک زاویہ منفرجہ ہے جیسے کہ مثلث
ا ب س جسمین کہ زاویہ
ا ب س منفرجہ ہے

ا
س ب

۲۱ تمام اشکال مسطح جو کہ چار خط سے محیط ہین ذو الاربعۃ الاضلاع کہلاتے ہین اور

نصف دایرہ مین ۱۸۰ درجے اور چہارم حصہ دایرہ مین ۹۰ درجے اور اوسکے
چھٹے حصہ مین ۶۰ درجے اور ہشتم حصہ مین ۴۵ درجے ہوتے ہین

باب اول سطوح کے بیان مین

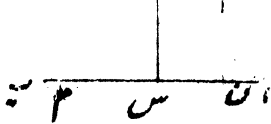
نقطہ آ اور ب کو مرکز گردان کر کسے فاصلہ پر جو کہ نصف اب سی بڑا ہو دو قوسین کہینچو اس طریق سے کہ وہ نقاط ن اور م پر تقاطع کرین درمیان اون نقطون کے خط ن س م واصل کرو نقطہ س جہانکہ وہ خط خط اب کو کاٹتا ہے بیچین خط اب کے ہوگا

۷

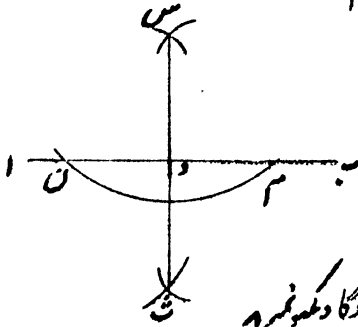
شکل دوسری

زاویہ مفروضہ ا ب س کو دو برابر حصون مین تقسیم کیا چاہتے ہین نقطہ ب سے کسی بعد پر قوس ا س کہینچو اور بعد ازان نقاط ا اور س کو مرکز گردان کر دو قوسین اس طریق سے کہینچو کہ کسی ایک نقطہ پر مثلا ن پر تقاطع کرین اور ب نقاط ب اور ن مین ایک خط واصل کرو تو وہ زاویہ مطلوبہ ا ب س کو تنصیف کرے گا

شکل تیسری

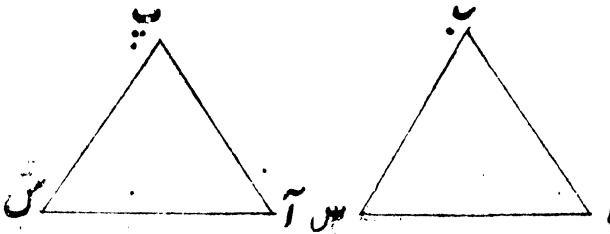
چاہتے ہین کہ نقطہ مفروضہ س سے کسی خط مستقیم اب پر ایک عمود قایم کرین نقطہ س کے دونوطرف برابر فاصلہ پر س ن اور س م فرض کرو اور نقاط ن اور م سے کسی فاصلہ پر جو کہ ن س اور م س سے بڑا ہو دو قوسین کہینچو کہ نقطہ ر پر باہم کاٹین اور بعد ازان نقاط س اور ر مین خط ملاؤ تو وہ عمود مطلوبہ ہوگا

شکل چوتہی

۳۹ —

چاہتی ہین کہ نقطہ مفروضہ س سی جو کہ خط اب کے باہر ہے ایک عمود قایم کرین نقطہ س سی کسی فاصلہ پر ایک قوس ن م جو کہ اب کو نقطہ ن اور م پر کاٹین کہینچو تب نقطہ ن اور م سے کسی فاصلہ پر جو کہ ن د یا م د سی زیادہ ہو دو قوسین کہینچو تو وہ ایک دوسرے کو کسی نقطہ پر مثلاً ث پر کاٹینگے بعد ازان درمیان نقاط س اور ث کے خط س د ث واصل کرو تو یہہ خط عمود ہوگا دیکہو نمبر ۸

باب دوم مثلثون کی خواص کے بیان مین

شکل اول

۴۰

جبکہ ایک خط اور دو زاوے ایک مثلث کے ایک خط اور دو زاویون دوسرے مثلث کے یعنی ہر واحد اپنے نظیر کی برابر ہونگے تو باقی زاویہ اور اضلاع دونو مثلث کی اپنے اپنے نظیر کے برابر ہونگے اور مثلث مثلث سے

دونو مثلثون مرقومہ بالا مین خط اس برابر خط آش کے ہی فرض کرو کہ ایک مثلث کو دوسرے مثلث پر رکہین برین طریق کہ اس آش پر منطبق ہو تو باقی اضلاع مثلث اول کے دوسری مثلث کے باقی اضلاع پر منطبق ہونگے کیونکہ زاویہ آ اور س زاو

۱۲ آ آ اور ش سے کے برابر ہین اسی باعث سی نقطے ا اور س نقطے آ اور ش سے منطبق ہونگے

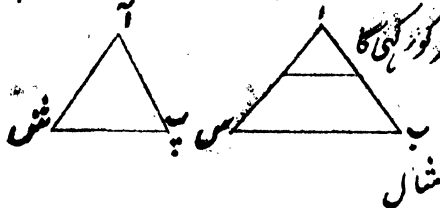
شکل دوم

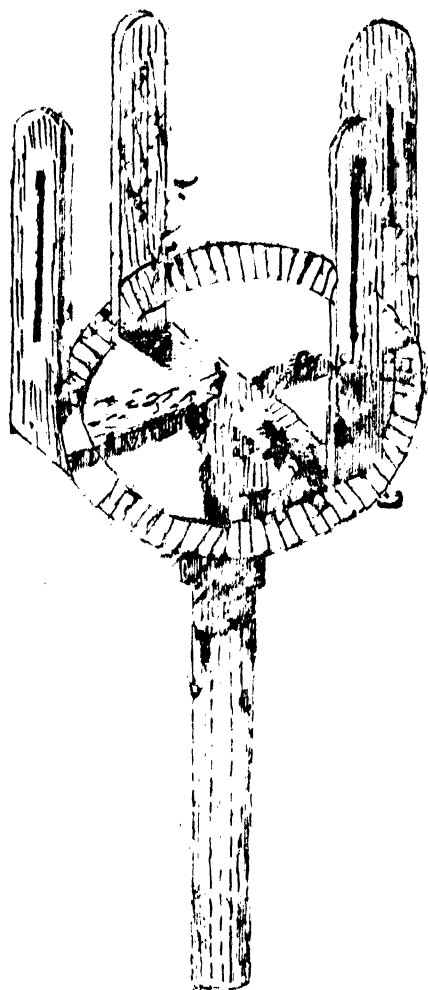
۱۳ - اگر دو خط اور ایک زاویہ میانہ ایک مثلث کا دوسرے مثلث کی دو خط اور ایک زاویہ میانہ کے برابر ہون یعنی ہر واحد اپنے نظیر کی تو دونو مثلث باہم برابر ہونگے

مثلث اب س اور آب ش مین اگر زاویہ ب زاویہ ب کے اور ضلع اب ضلع آب کے اور ضلع ب س ضلع ب ش سے کے برابر ہون تو جس وقت کہ ایک مثلث کو دوسرے مثلث پر منطبق کرین اور زاویہ ب کو زاویہ ب پر تو نقطہ ا نقطہ آ پر منطبق ہوگا اور نقطہ س نقطہ ش پر منطبق ہونگے اور اسی سبب سے ضلع اس ضلع آش پر ... (ملاحظہ ۲۲)

شکل سیوم

اگر دو مثلث کے زاوی متقاطرہ برابر ہون مگر اضلاع نظامیر مساوی نہین تو اونکے اضلاع متناسب ہونگے یعنی جو نسبت کہ ایک مثلث کا ایک ضلع دوسری مثلث کی ضلع متقاطرہ کو رکہتا ہے وہی نسبت باقی اضلاع مثلث اول کے باقی اضلاع مثلث ثانی کو یعنی ہر واحد اپنے نظیر کو رکہیگا

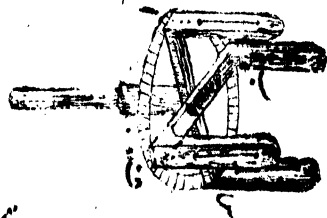
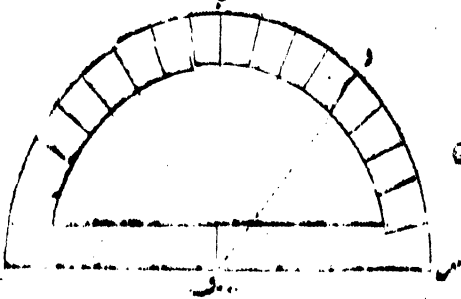
مثال

اگر تین زاوے مثلث اب س تینون زاویون متقاطرہ مثلث آب ش کی برابر ہون یعنی زاویہ آ زاویہ ا کی اور زاویہ ب زاویہ ب کی اور زاویہ س زاویہ ش کی برابر ہون تو چھوٹا مثلث بڑی مثلث پر آجاویگا جیسا کہ شکل بالا مین نقطہ دار خط سی ظاہر ہی ــــ ضلع اب ضلع آب کو وہی نسبت رکہتا ہے جو کہ ضلع اس آش کو رکہتا ہی یعنی اگر ایک مثلث کا ایک ضلع دوسرے

چونکہ یہہ شکل کتاب مین بیچ قد و قامت کے کم اور ٹیڑھی
لکھی تھی اسلیئے اوسکو علیحدہ ورق پر لکھہ کر چھپوایا گیا۔

دوسرے مثلث کی ضلع متناظرہ سے دو چند یا سہ چند یا دہ چند ہو تو باقی اضلاع مثلث اول کے موافق نسبت گذشتہ کی دو چند یا سہ چند یا دہ چند ضلع متناظرہ مثلث ثانی سے ہونگے

شکل چہارم

۴۳ — مثلث کی تینوں زاویون کا مجموعہ دو قایمون کے برابر ہے نمبر ۲۱ مین بیان کیا ہے کہ زاویہ قایمہ مین ۹۰ درجے ہوتے ہین اوس حساب سی دو قایمون مین ۱۸۰ درجے ہونگے مثلث کے تینوں زاویون کا مجموعہ ۱۸۰ درجے ہی

۴۴ — چہار اشکال مرقومہ بالا نہایت دلچسپ مسایل حل کرنیکی واسطی کام آتی ہین کیونکہ اونکی جاننے سی زاویون اور زمین پیمایش کرنیکے واسطے صرف اجتناع جریب اور الات کی پڑتی ہی — الات مفصلہ ذیل معہ مدارج نقش کی گئی گرد دایرہ کے بن سکتے ہین

۴۵ — متحرک اولرب دف بہ نسبت رولر اوس کے کچہ چہوٹا ہی اور نقطہ د پر ٹہرتا ہے — اوس قدر مین جو کہ دونو رولر کی انجام پر استادہ ہی اور سی نیچی تک ایک لمبا سوراخ ہی جسمین سے کہ اشیا کو دیکھتی ہین جبکہ دایرہ پیمایش کو کسی تپایہ پر اس طرح سے رکہین کہ خط اس بعینہ مقابل شی مفروضہ س کے ہو اور دوسرا خط ب ت بعینہ مقابل دوسری شی کے ہو کہ درمیان رولر ب ت اور اس کی ہو تو محیط دایرہ پیمایش پر درجے زاویہ مطلوبہ کی معلوم ہو جاوینگے

باب دوم مثلثون کے خواص کی بیان مین

۱۴

۲۳ — پروٹرکٹر ایک چھوٹا الہ ہی بشکل دایرہ یا نصف دایرہ — اوسپر مدارج زاویہ مرسوم ہوتے ہین شکل مرقومہ بالا شبیہ پروٹرکٹر کی ہی — زاویہ پیمایش کیے ہوی کو اوپر زمین کے اس الہ سی کاغذ پر نقل کرسکتے ہین — ترکیب اوسکی یہہ ہی کہ جس جگہ زاویہ کھینچنا منظور ہو اوس جگہ کاغذ پر مرکز الہ کو رکھو تب ایک خط مرکز سی طرف س کے کھینچو اور بعد ازان جتنے درجون کا کہ زاویہ بنانا منظور ہو اوتنی درجی محیط دایرہ پر دیکھو اور اوس مقام پر نشان کرو اور تب درمیان مرکز الہ ف اور اوس نشان کے ایک خط کھینچو تو زاویہ مطلوبہ بنجاویگا — اگر طریق استعمال ان الات کا بخوبی سمجھہ مین اجاوی تو حل کرنا اگی انے والے اشکال کا بہت اسان ہے

مسئلہ اول

۲۴

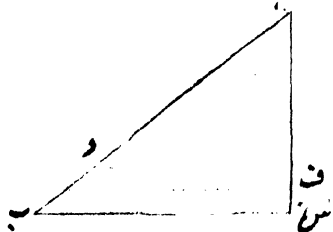
ایک شخص دریای تیز رو کے کنارے پر کھڑا ہی اور دریا ایسا عمیق ہی کہ وہ اوسکو عبور نہین کرسکتا مگر چاہتا ہی کہ اوسکی عرض کو پیمایش کرے پس کیونکر اوسکا عرض معین کریگا

فرض کرو کہ اف دریا ہی — عرض دریا کی پیمایش کی ترکیب یہہ ہی کہ دریا کے جسطرف وہ کھڑا ہی اوسی طرف خط ب س پیمایش کرے اور ت دایرہ کو نقطہ ب پر رکھکر ایک قطر کو یعنے مقابل س کے اور دوسرے قطر کو طرف کسی اونچی چیز د کی مقابل ب کی دوسری طرف دریا کی لاوے بعد ازان زاویہ کو درمیان پیمایش کی ہوئی خط ب س اور خط ب د کی ماپئی اوسکے بعد نقطہ س پر جاکر الہ چھوٹا خط س ... اور س د کے بیچ ہو تو گذشتہ پیمایش کرے

باب دوم مثلثون کے خواص کے بیان مین

مثلاً اگر زاویہ س ۴۵ درجون کا ہو اور زاویہ ب ۸۵ درجون کا اور خط پیمایش کیا ہوا ۱۵
۴۰۰ ہات کا تو ایسی جگہ پر جہانکہ اتنا بڑا مثلث بن سکتا ہی جا کی ایک خط ۴۰۰
ہات کا اور دو زاوی انجام خط سی ب آ اور س کی برابر بنا دی اور تب خط ب آ د او
س د کو اخراج کرے جب تک کہ وہ باہم ملین سے بموجب نمبر ۴ کے یہہ مثلث اوس
مثلث کی برابر ہوگا جو کہ بسبب حائل ہونے دریا کے تمام نہین بن سکتا تھا اس مثلث
کا ضلع س د جسکو پیمایش کر سکتے ہو دوسرے مثلث کی ضلع ب د کی یعنی عرض
دریا کی برابر ہوگا فہو المراد

۴۸ مسئلہ دوم

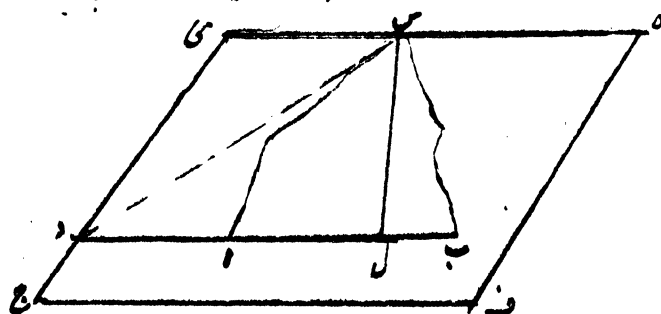
چاہتی ہین کہ ایک اونچی مینار کی بلندی زمین پر سے پیمایش کرین مثلاً مینار ا س کی

ترکیب اسکی پیمایش کی یہہ ہی کہ خط ب س کو پیمایش کرو اور جگہ ایک قطعہ دایرہ کا
یعنے مقابل س کے ہی نقطہ ب سے دوسری نقطہ کو اُسکی سیدہ پر اسطرح
سے کہ زاویہ ب پیمایش ہو سکے لا و چونکہ اس زمین پر عمود ہے تو زاویہ س
قایمہ ہوگا اس صورت مین بعد پیمایش زاویہ ب کے ایک خط اور دو زاوی

دایرہ کو زمین پر رکھنے کی تکلیف رفع کرنیکی واسطے ہم اسی دو یا تین فیٹ زمین سے
اونچا رکھتی ہین مثلاً د پر جیسا کہ ارتفاع مثلث کا پیمایش ہوگا اوس پر ۵
دو یا تین فیٹ زیادہ کے چاہین تا کہ مینار کی بلندی معلوم ہو جاوے

دو زاوے ب اور س متصل اوسکے معلوم ہوئے بموجب نمبر ۲۰ کے ایسی جگہ مثلث بنا سکتے ہین جہانکہ ضلع اس ب آبی پیمایش ہو سکیگا

۴۹ — بلندی ایک سیدہی مینار کی ایک اور ترکیب سے یعنی اوس کا سایہ ناپنی سے دریافت ہو سکتی ہی ایک بانس بنا ہوا لیکر سیدہا کہڑا کرد اور اوس کا سایہ ناپو اگر بانس کا سایہ بانس سے دوچند یا سہ چند ہوگا تو سایہ مینار کا بہی اوسی وقت مینار سے اوتنا ہی بڑا ہوگا جتنا کہ سایہ بانس کا بانس سے بڑا ہی — فرض کرو کہ سایہ بانس کا تین ہات ہی اور بانس خود ایک ہات کا تو اگر اوس وقت سایہ مینار کا ۱۵۰ ہات ہو تو ہم بیشک ولاریب جانینگی کہ مینار ۵۰ ہات کا ہوگا

۵۰ مسئلہ سیوم

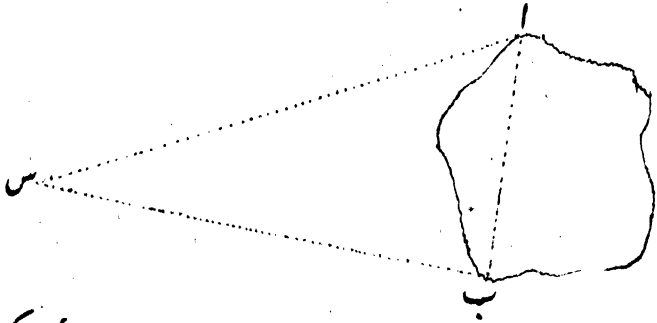
فرض کرو کہ بلندی ایک پہاڑ کے جسکی گرد میدان واقع ہی پیمایش کیا چاہتی ہین چونکہ وہ پہاڑ مثل ستون سیدہا نہین ہے تو وہ مانند شکل مرقومہ بالا کے پیمایش نہین ہو سکتا ہی — ایک اور ترکیب اوسکے پیمایش کرنیکے واسطے چاہیے وہ ترکیب یہہ ہے

فرض کرو کہ ا ب س ایک پہاڑ ہے اور ی ف ج ہ ایک میدان گرد نواح اوسکے واقع ہی — پہاڑ سے تہوڑے فاصلہ پر خط د ی پیمایش کرو اور اوس خط کی انجام سے دو زاوے جو کہ خطوط موسومہ ی س اور د س سے بنتی ہین ناپو

زاویہ س ی د
زاویہ ی د س

مانو جبکہ ایک خط اور دو زاویے متصل اوسکے معلوم ہو گئے تو بطریق گذشتہ کسی اچھی جگہہ پر ایک مثلث بنا سکتے ہین اور خط د س کو ناپ سکتے ہین بعد اسکے نقطہ د سے زاویہ د کو جو کہ مابین خطوط د س اور س خط موہوم کے جو کہ زمین پر طرف دامن پہاڑ کی جاتا ہے پیمایش کرو — چونکہ بلندی پہاڑ کی پیمایش کیا چاہتے ہو تو زاویہ د ل س قایمہ ہوگا پس ہمکو دو زاوئے اور ایک خط مثلث د ل س کی معلوم ہو گئی ہین — چونکہ ہر مثلث کی تینوں زاویون کا مجموعہ دو قایمون کے برابر ہی تو دو نو زاویون کا مجموعہ اگر دو نو قایمون میں سے منہا کرین تو باقی بیشک مثلث کا تیسرا زاویہ ہوگا ایک خط اور دو زاوے د اور س اور پر اوس خط کے جسکا کہ طول بیشتر پیمایش کیا تھا معلوم ہو گئے ہین تو اب ایک مثلث بنا کر خط س ل یعنی بلندی پہاڑ کی پیمایش کر سکتے ہین

زاویہ س د ل

۵۱ — مسئلہ چہارم

فرض کرو کہ فاصلہ درمیان آ اور ب کے معلوم کیا چاہتی ہین اوس صورت مین کہ ہم آ سے ب تک نہین جا سکتے ہین مگر س سے ب اور آ تک جا سکتے ہین

اس صورت مین خطوط آ س اور ب س اور زاویہ س کو پیمایش کیا چاہیے بعد اسکے بموجب نمبر ۴۲ کی جس جگہہ کہ دو زاویے چاہین ایک مثلث بنا کر خط آ ب کو

پیمایش کرین

۲۵ — ہمنی اوپر بیان کیا ہی کہ تمام مسایل مرقومہ بالا زمین پر مثلث بنانی سی حل ہوسکتی ہین مگر یہہ دقت کرنی کچہہ ضرور نہین کیونکہ بموجب نمبر ۲۴ کی مثلث متناسب بنانی سے وہی مطلب بر آتا ہی جو کہ مثلث برابر بنانی سی — مثلث متناسب کے خطوط بجای برابر ہونیکے متناسب ہونگے

مثال

نمبر ۲۴ مین ہمنی خط ب س کا طول دریافت کیا تہا فرض کرو کہ وہ ایک ہزار گز کا تہا اگر بجای ہزار گز کے تختہ کاغذ پر ۱۰ انگل کا ایک خط کہینچین تو ہر ایک انگل ہر خط جو کہ کاغذ پر کہینچا ہے بجای اوسکے سو گز کی ہوگا — خط ب س کی انجام سے دو زاوئے ب اور س اون زاویون کے برابر جو کہ زمین پر پیمایش کئے تہے بناو اور اون خطوط کو خارج کرتے جاو جب تک کہ وہ ملین اور بعد ازان ہوشیاری تمام خط ب د کو پیمایش کرو ہر ایک انگل ہر خط ب د کا اوس خط کی سو گز کی برابر ہوگا جو کہ پار دریا کے گذرتا ہے

۲۶ — ایک مثلث دوسری مثلث کے متناسب بنا سکتی ہین بغیر ازالہ پیمایش زاویہ کی مثال مرقومہ بالا نمبر ۲۴ مین فرض کرو کہ ایک چٹی میز ہے نقطہ ب سی بمدد ایک رول کی ایک خط بموجب س کی سیدہ پر اور دوسرا بعینہ د کی سیدہ پر کہینچو اور بعد ازان خط ب س کو پیمایش کر کے کاغذ پر ایک خط کہینچو جس کا ایک ایک انچ یا دو دو انچ زمین کے سو سو گز کے بجای ہو جس جگہہ کہ کہڑا ہی ہو اوس جگہہ سے میز کو نقطہ س پر لیجاو اور خط ب س کو کاغذ پر بسمت ب اور متحرک رول کو ب سی د پر کہو خطوط ب د اور د س کا سمت اس طریق سے تحقیق ہوا اب اگر ان خطوط کو کہینچین تو وہ

تو وہ نقطہ د پر ملین گے اب خط ب د کو منبر پر پیمایش کیا چاہیے اور جتنے انچ کا کہ وہ خط ہی اونچے ہے سو گز کا خط زمین پر ہوگا ۴۰ ۰ چونکہ زمین کے جسامت معلوم ہے تو بموجب مرقومہ بالا کے زمین اور افتاب کے فاصلہ کے ترکیب پیمایش قیاس کرسکتے ہین فرض کرو کہ دو شخص بڑے فاصلہ پر ایک دوسرے سے ایک ہی نصف النہار پر آفتاب کو وقت دوپہر کے دیکھتے ہین اور زاویہ جو کہ مابین دو خطون کے ایک درمیان افتاب اور اوس شخص کے دوسرا درمیان اوس شخص کے اور مرکز زمین کے ہی پیمایش کرتے ہین اگر فاصلہ درمیان دونون شخصون کے معلوم تو وہ مثلث ا ب س کو پیمایش کرسکتے ہین ۔ اس فاصلہ کو اگر درجون مین بیان کرین تو زاویہ آ معلوم ہو جاویگا اور ازبسکہ اس مثلث کے دونون خطون مین سے ہر واحد زمین کے نصف قطر برابر ہی اور زمین کے نصف قطر ہمکو معلوم ہے پس اگر از روے نمبر ۴۸ کے اس مثلث کو پیمایش کرین تو زاویہ ا ب س اور ا س ب معلوم ہو جاوینگے ہر واحد کو اوس زاویہ مین سے منہا کرین جو کہ اوسی نقطہ پر درمیان دو خطون کے ایک درمیان افتاب اور اوس شخص کے اور دوسرا درمیان مرکز زمین اور اوس شخص کے واقع ہو باقی ہر واحد ہر واحد کے جداگانہ زاویہ ت ب س اور ت س ب کے برابر ہوسکے چونکہ خط مثلث ا ب س کا اس طریق سے معلوم ہوگیا اور پیشتر دونو زاویہ متصل اس خط کے دریافت ہو گئی تو بموجب نمبر ۴۷ اور ۴۸ کے مثلث بنا سکتے ہین [illegible]

اوسی اتنا معلوم ہوا ہی کہ فاصلہ درمیان زمین اور افتاب کے پیمایش کرنا ممکن ہے اور حقیقت مین فاصلہ درمیان زمین اور افتاب کے بہت صحیح دریافت کیا ہی ۔ ۵ واسطے تحقیق کرنے کے واسطے تھوڑسے سے ترکیبات اوپر بیان کی ہین لیکن پیمایش کرنا بعضی خطوط کا زمین پر اور کھینچنا خطوط کا جو کہ مناسب ہو خطوط زمین سے کیسے بہت صحیح نہین ہوسکتا ہی اور اس سبب سے ترکیبات مذکور کافی نہین ۔ علم مثلث مین بدون مثلثہ بنانے کے خواہ کاغذ پر خواہ زمین پر فاصلہ دریافت ہوسکتا ہی

پیمایش کیسے سطح کے جو کہ درمیان خطوط محدود کے ہے مساحت کہلاتی ہے ۔ سطح انچ مربع یا گز مربع یا فیٹ مربع سے پیمایش ہوتا ہے

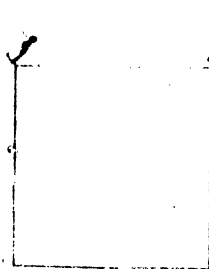
مسئلہ اول

مساحت ایک مستطیل کے خواہ مربع ہو خواہ قایم الزاویہ کیونکر دریافت کرین

قاعدہ

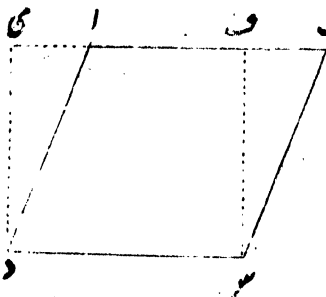
اوسکے طول کو عرض سے ضرب دو حاصل ضرب اوسکی مساحت ہوگی ۔ چونکہ مربع کا طول اور عرض برابر ہوتا ہی تو اوسکی مساحت دریافت کرنیکے واسطے اوسکے ایک ضلع کو اوسی نفس ضرب دیا جاتا ہے

تیسرا باب پیمایش سطوح کے بیان مین

مثال

مساحت مربع ا ب س د کی جسکا کہ ہر ایک ضلع ۵ فٹ کا ہے دریافت کیا چاہتی ہین اگر ۵ کو ۵ سی ضرب دین تو حاصل ضرب ۲۵ ہوگی پس معلوم ہوا کہ مربع ا ب س د مین ۲۵ فیٹ مربع ہین جیسا کہ اس شکل کے دیکھنے سے صاف ظاہر ہی

اگر شکل قایم الزوایہ کا ایک ضلع ۶ یا ۷ یا ۱۰ فیٹ کا ہو اور دوسرا ضلع ۵ فیٹ کا تو بموجب قاعدہ مرقومہ بالا کے دونون ضلعون کو باہم ضرب دینے سے اسکی مساحت معلوم ہو جاویگی علاوہ مربع یا قایم الزوایا کے اگر سطح مستطیل کی پیمایش کرنی منظور ہو تو دونو ضلعون کو باہم ضرب نہ دیا چاہیے بلکہ ایک ضلع کو اوس عمود مین جو کہ ضلع مقابل سے اوس خط پر قایم ہے ضرب دیا چاہیے

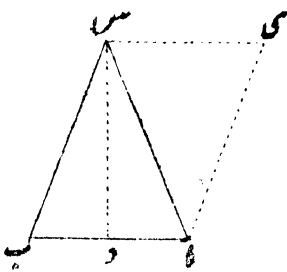
مثال

مساحت ا ب س د کے دریافت کیجا چاہتی ہین ضلع د س کو عمود ف س سی ضرب کرو حاصل ضرب مساحت مستطیل کی ہوگی

یہ مستطیل برابر شکل قایم الزاویہ ی ف س د کے ہے کیونکہ مثلث ا د ی جو کہ شکل قایم الزاویہ کے اندر ہے اور مثلث س ف ب جو کہ اوسکے باہر ہے باہم برابر ہین تو اس صورت مین صاف ظاہر ہے کہ سطح شکل ذو الاربعۃ الاضلاع سطح شکل قایم الزوایا کے برابر ہے

تیسرا باب پیمائش سطوح کے بیان مین

مسئلہ دوم

سطح مثلث ا ب س کا کیونکر دریافت کرین

مثال

اگر مثلث ا ب س کا قاعدہ ا ب ۱۰ فیٹ کا ہی اور ارتفاع د س ۷ فیٹ کا تو اوسکے مساحت کیا ہو گے مثلث ا ب س نصف مستطیل ا ب ی س ہے

اور چونکہ پیمائش مستطیل ا ب ی س کے خط ا ب کو عمود د س مین ضرب دینے سے ہوتی ہے جیسا کہ اوپر بیان کیا ہی تو مساحت مثلث کے اوسکی حاصل ضرب کے نصف کے برابر ہوگے یعنی نصف ۱۰ کو ۷ سے ضرب کرو حاصل مساحت مثلث کے ہوگے

۵۹ مسئلہ سوم

جس مثلث کے کہ تینو اضلاع معلوم ہین اوسکی مساحت کیونکر دریافت کرین ـ ظاہر ہی کہ اس شکل کو کاغذ پر مثلث متناسب بنانے سے ناپ سکتے ہین ـ ترکیب یہ ہی کہ کاغذ پر ایک خط متناسب کسے خط معلوم کے کہینچو اور بعد از ان پرکار اوس خط کے ایک انجام سے دونون باقی خطوط مین سے ایک کے متناسب فاصلہ پر دایرہ کہینچو اور بعد از ان دوسرے انجام سے دوسرے خط کے متناسب فاصلہ پہ دایرہ مرتسم کرو تو نقطہ جہانکہ وہ دونو قوسین باہم کاٹتے ہین ارتفاع مثلث کے انتہا ہوگے ـ اور اگر درمیان سر ایک انجام خط مفروضہ اور نقطہ تقاطع کے

تقاطع کے خطوط واصل کرین تو مثلث بن جاوے گا — مثلاً فرض کرو کہ مثلث
مفروضہ کا ایک ضلع ۱۰۰ گز کا دوسرا ۱۵۰ کا اور تیسرا ۲۰۰ گز کا ہی — ہم
۲۰ گز کو ایک انچ فرض کرتے ہین اور اس حساب سے بجای ۲۰۰ گز کے ۱۰ انچ کا
ایک خط کاغذ پر کہینچتی ہین بعدازان اوس خط کے ایک انجام کو مرکز گردان کے
۷½ انچ کے فاصلہ پر جو کہ بجای ۱۵۰ گز کے ہی توس کہینچین اور پھر دوسرے انجام
خط کو مرکز گردان کے ۵ انچ کے فاصلہ پر جو کہ بجای ۱۰۰ گز کی ہی ایک توس کہینچو ایسے
اسطور سے کہ توس اول کو کاٹے نقطہ تقاطع اور دونو مرکزون مین خطوط کہینچین اور
بعدازان بلندے اور مساحت اس مثلث کے دریافت کرتی ہین اسی
مساحت بڑی مثلث کی بہی دریافت ہو جاویگے جبکہ ہر ایک انچ کو چارسو گز
تصور کرو کے مثلث کی مساحت پانیکی ترکیب ایک اور بہی ہے

قاعدہ

نصف مجموعہ اضلاع مثلث سے تین ہر ایک ضلع مثلث کو فرداً فرداً نقصان
کرو تب نصف مجموعہ اضلاع مثلث کو تینو باقیون مین تنوا تر ضرب کرو حاصل
کا جذر ساحت مثلث ہو گے مثلاً مثلث اب س کا ضلع ب س ۱۳
اور ضلع س ا ۱۴ اور ضلع اب ۱۵ ہے تو اوسکے مساحت کتنی ہو گے —

$$\frac{۱۳+۱۴+۱۵}{۲} = \frac{۴۲}{۲} = ۲۱$$

۲۱ ۲۱ ۲۱
۱۳ ۱۴ ۱۵
۸ ۷ ۶

۲۱
۶
۱۲۶
۸
۱۰۰۸
۷
۷۰۵۶ (۸۴
۶۴
۱۶۴) ۶۵۶
۶۵۶

مسئلہ چہارم

اگر مثلث قایم الزاویہ کے دو ضلعے معلوم ہون تو اوس کا تیسرا ضلع کیونکر پاوین
اول جبکہ دو ضلعے مثلث کے معلوم ہون تو وتر قایمہ کسطرح دریافت کرین

قاعدہ

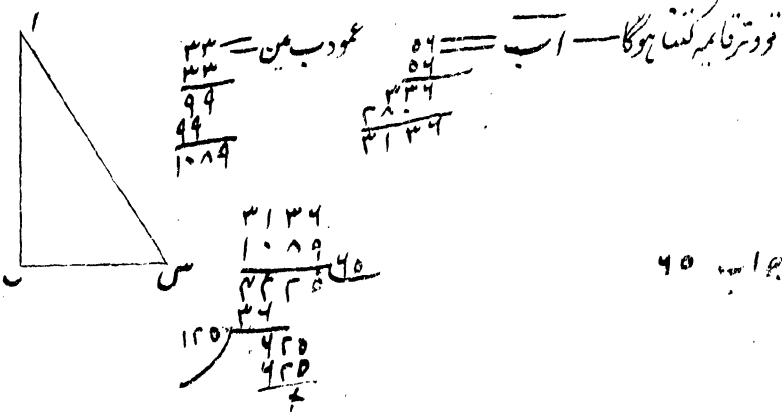
مربع دونو خطون کا جمع کرو حاصل جمع کا جذر وتر قایمہ ہوگا
دوم اگر وتر قایمہ اور ایک خط مثلث کا معلوم ہو تو دوسرا خط کیونکر دریافت کرین

قاعدہ

مربع وتر قایمہ مین سے مربع خط معلومہ منہا کرو اور باقی کا جذر لو تو وہ دوسرے خط کے برابر ہوگا

مثال قاعدہ اول

مثلث قایم الزاویہ ا ب س مین قاعدہ ا ب ۵۶ ہی اور عمود ب س ۳۳
تو وتر قایمہ کتنا ہوگا ــــ ا ب ۵۶ عمود ب س ۳۳

جواب ۶۵

مثال قاعدہ دوم

اگر وتر قایمہ ا س ۳۰ ہو اور قاعدہ ا ب ۴۵ تو عمود ب س کتنا

ستکنا ہوگا

اس = ۵۳ ‏ ‏ ‏ اب = ۴۵

۵۳ × ۵۳ = ۲۸۰۹ ‏ ‏ ‏ ۴۵ × ۴۵ = ۲۰۲۵

۲۸۰۹ − ۲۰۲۵ = ۷۸۴

جواب عمود ب س ۲۸ ہوگا

سوال

اگر فصیل ۲۸ فیٹ بلند ہو اور ایک خندق اوس فصیل کے نیچی ۴۵ فیٹ چوڑی ہو تو کتنا بڑا ایک چوبی زینہ بنادین کہ انتہای بلندے فصیل تک پونہچے

جواب ۵۳ فیٹ

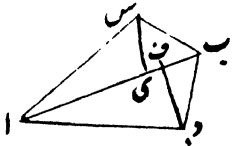
شکل پنجم

۶۱

سطح شکل منحرف کیونکر دریافت کرین

قاعدہ

اوسکے دو مقابل کے زاویون مین ایک خط واصل کرو تاکہ وہ دو مثلثون مین منقسم ہو بعدازان مساحت دونو مثلثون کے جداگانہ پیمایش کرو اور دونو کو جمع کرو حاصل جمع مساحت منحرف ہوگی

س ب ف ی ا د

مثال

شکل اس ب د کا قطر اب ۸۴ فیٹ ہے اور عمود س ی ۲۸ فیٹ اور عمود د ف ۲۴ فیٹ تو اوسکے

۲۶ اوسکے مساحت کتنے ہونگے تیسواں باب چھبیس ۔ سے بیان ہین

اب = ۸۴
۱۴
۳۳۶
۸۴
۱۱۷۶ = مساحت اب س کا ہی

اب ۸۴
عمود ۱۴
۸۴
۱۶۸
۱۶۴۴ = مساحت مثلث اب د کا ہی

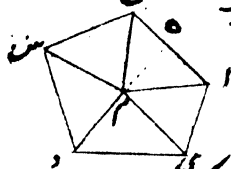
۱۱۷۶ + ۱۷۶۴ = ۲۹۴۰ = مساحت اس ب د کا ہی

شکل ششم

۹۳ جس شکل کثیر الاضلاع کے کہ اضلاع متساوی ہین اور زاوے برابر اوسکے مساحت کیونکر پاوین

قاعدہ

درمیان مرکز شکل اور اوسکی تمام زاویون کے خطوط واصل کرو تو جتنے کہ اوس شکل مین اضلاع ہین اوتنی ہی مثلث پیدا ہونگے ــــ بموجب قاعدہ مذکورہ الصدر کی مساحت ہر ایک مثلث کی علیحدہ علیحدہ دریافت ہوسکتی ہی جبکہ مساحت ہر مثلث کی جداگانہ معلوم ہوگے تو اونکو جمع کرلینا چاہئے حاصل جمع مساحت شکل کثیر الاضلاع ہوگے مساحت اسکا ایک اور ترکیب سی بھی دریافت ہوتی ہی

ب ہ ا ج د م ع

قاعدہ

مجموعہ اعداد اضلاع شکل کو اوس خط سے جو کہ مرکز سے کسی ضلع پر عمود ہے

ہی ضرب دو نصف کا حاصل اسکے [illegible] ہوگے

مثال

شکل مخمس اب س د ی کا ہر ضلع ۲۵ فٹ کا ہے اور عمود مرکز سے ۱۷ تو اسکے مساحت کتنی ہوگے

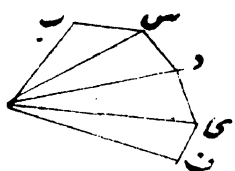
اب = ۲۵
۵
۱۲۵
۱۷
۸۷۵
۱۲۵
۲) ۲۱۲۵
۱۰۶۲½ جواب

شکل مسدس کا ہر ضلع ۱۴ فیٹ کا ہے اور عمود ایک خط پر ۱۲ فیٹ کا تو اسکی مساحت کتنی ہوگی

۱۴
۱۲
۲۸
۱۴
۱۶۸
۶
۲) ۱۰۰۸
۵۰۴ مساحت مسدس

۶۲ — شکل ہفتم

مساحت شکل منتظم کثیر الاضلاع مثلاً اس شکل کے کیونکر دریافت کرین

قاعدہ

تقسیم کرو شکل کو درمیان مثلثون کے تب ہر ایک مثلث کو علحدہ علحدہ پیمایش کرو

اور من بعد اونکو جمع کرو مجموعہ کل کا مساحت شکل مطلوبہ کے ہوگے

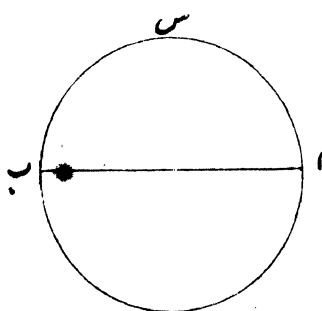
شکل ششم ۳۴

جس دایرہ کا کہ قطر معلوم ہے اوس کا محیط اور جس کا محیط معلوم ہے اوس کا قطر کیونکر پاوین

قاعدہ

قطر دایرہ محیط دایرہ سے تخمیناً وہی نسبت رکہتا ہے جو کہ سات بائیس سے رکہتا ہے محیط دایرہ اپنی قطر سے ۳۰۱۴ دفعہ بڑا ہوتا ہے اسی سبب اگر قطر معلوم ہے تو اوسکو ۱۴ر۳ سے ضرب دو تا کہ محیط دایرہ معلوم ہو اور اگر اوسکے قطر کو دریافت کیا چاہو تو محیط دایرہ کو ۱۴ر۳ سے تقسیم کرو یا خارج قسمت قطر دایرہ ہوگا

مثال

اگر دایرہ اب س کا قطر اب ۲۶ ہو تو محیط دایرہ کتنا ہوگا

جس دایرہ کا کہ محیط ۵۰ ہے اوس کا قطر کیا ہوگا

جواب ۱۵ر۹۲

فرض کرو کہ محیط دایرہ زمین تخمیناً ۲۵۰۰۰ میل ہے اور فی الحقیقت زمین

زمین کا محیط اسی قدر ہے تو اوس کا قطر کتنا ہوگا

جواب ۷۹۶۱ ۱/۳

۴۵ — شکل ہشتم

چاہتے ہین کہ سطح دایرہ دریافت کرین

قاعدہ

نصف محیط دایرہ کو اوسکے نصف قطر سے ضرب کرو حاصل ضرب اوس کا سطح ہوگا

جس دایرہ کا قطر سو فیٹ ہے اوس کا سطح کتنا ہوگا

چونکہ قطر دایرہ ۱۰۰ فیٹ ہے تو اوس کا محیط بموجب نمبر ۴۲ کے ۳۱۴ ہوگا — اوسکے نصف کو یعنی ۱۵۷ کو ۵۰ سے جو کہ نصف قطر ہی ضرب دو حاصل ضرب ۷۸۵۰ ہوگا پس معلوم ہوا کہ سطح دایرہ ۷۸۵۰ فیٹ مربع ہوگا

۴۶ — پیمایش

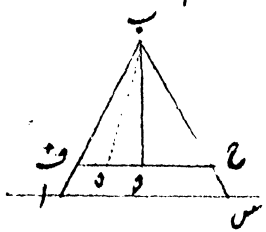
علم پیمایش مین بعضی اصول علم ریاضی نقشہ بنانی اور زمین ناپنی کے واسطی کام آتے ہین اون اصول مین سے جو کہ پیمایش زاویون مین کام آتی ہی قطب نما ہے

مقناطیسی سوئی جو کہ اس اصول مین ہوتے ہی شمال بتاتی ہی اور اوسکی ذریعہ سے ہر ایک خط کا سمت یعنی زاویہ درمیان خط پیمایش کی ہوئے اور خط شمالی یا جنوبی کی پیمایش مین دریافت کرتے ہین ـــــ اس زاویہ کا جاننا بہت ضرور ہے کیونکہ اوسکے معلوم ہونے سے یہہ بات کہنی ضرور ہے کہ یہہ وہی قاعدہ ہے جیسے کہ نمبر ۲۹ مین جیسے شکل کثیر الاضلاع منتظم کے دریافت کرتے ہین اور حقیقت مین دایرہ اور وہ شکل جس مین کہ اضلاع سب محدود ولا انتہا ہین ایک ہی ہین

وہ جگہ بہ آسانی تمام ... سکتے ہیں — فرض کرو کہ زمین جسکو پیمایش کیا چاہتے ہیں یہہ ہے اور فرض کرو کہ ایک بڑا درخت یا پہاڑ ق ہے کے پاس سے صاحب پیمایش اوس درخت یا پہاڑ کو جو کچھہ کہ وہان ہو حد اوس زمین کے بلحاظ پہاڑ یا درخت کی مقرر کرلیتا ہی — وہ تب نقطہ ق پر آنکر زاویہ د ق ن کو جو کہ مابین خطوط ق د اور خط شمالی یا جنوبی ن ش کی ہی پیمایش کرتا ہے بعد ازان خط د ق کو پیمایش کرکر خط اور زاویہ پیمایش کیے ہوئے کو قلمبند کرلیتا ہے اس طور سے نقطہ د معین ہو جاتا ہے اور اگر کیسے ہی تبدیلے وہان واقع ہو تو جب تک کہ پہاڑ یا درخت اوس جگہ قایم ہے نقطہ د کا پانا مشکل نہوگا جس وقت کہ نقطہ د معین ہو جاتا ہے صاحب پیمایش زاویہ مابین خطوط س د اور خط متوازی ن ش کی ماپتا ہے اور زاویہ اور خط س د کو قلمبند کرلیتا ہے اور نقطہ س معین ہو جاتا ہے اس طریق سے ہر ایک زاویہ میدان مین زمین پر تعین کیتا ہوا چلا جاتا ہے بعد پیمایش زاویون اور خطوط کی کیسی ہی تبدیلی اوس

اوس جا می پر واقع ہو ہزار دیہ اور جہاں میدان اب س دپر ہمیشہ معلوم
جاوینگے بشرطیکہ پہاڑ یا درخت اوس جای پر قایم رہیگا

۶۲ ہموار کرنے کی ترکیب

مطلب علم ہمواری سے دریافت کرنا اسبات کا ہی کہ آیا کوی خط یا سطح جسکو
کہ ہموار دریافت کیا چاہتے ہین افق کے متوازی ہے یا نہین یا کس قدر اوسکے
متوازی ہونے مین فرق ہے ہندوستانے کاریگر اکثر دو ترکیبون مروجہ سے ہمواری
و ناہمواری فرش مکان کے دریافت کرتے ہین ترکیب اول سول اور مثلث متساوی
الساقین سے ہی چونکہ اوسکے ساقین آب اور ب س باہم برابر ہین تو جس وقت کہ اسکو
فرش زمین پر رکہین گے سول کے ڈوری
قاعدہ ف ج کے وسط مین پڑی کے دیکہو نکہ
فرش مکان ہموار ہی اور اگر فرش مکان اونچا نیچا
ہوا تو سول کے ڈوری نچان کیطرف جہکے گے
مثلا فرض کرو کہ فرش مکان مقام آ پر منسبت س کے نیچا ہی تو سول کے ڈوری نچان کیطرف
جہکے گی جیسا کہ اس شکل مین خط ب ہ سے ظاہر ہی ۶۸ دوسری ترکیب یہہ ہی ایک مجوف
انبہ یا دس ہات کی یا بانس آب کو دو پیمانک کرتے ہین
اور دہ نو سرون کو بند کرکے اسمین پانی بہرتے ہین اور ایک رسے سے س د کو وسپر تانتے ہین
اور دو برابر اور متوازی لکڑیون دم اور س ف رسی س د پر لٹکاتے ہین اور چونکہ
خواص پانیکا یہہ ہی کہ وہ ہمیشہ ہموار رہتا ہی تو اس صورت مین اگر جگہ ہموار ہی تو فاصلہ جگہ
سے درمیان ڈور ے اور اوپر کے سطح پانی کی برابر ہوگا اور جو نہین تو نہین
اور جس مقام پر کہ پانی ڈور کے نزدیک ہے اوس مقام پر

ہموار کرنیکی ترکیب

مکان اونچا ہوگا ۶۹ — ترکیبیں مرقومہ بالا تھوری سطح کے ہمواری دریافت کرنیکی لیکا آتی ہیں لیکن اگر کے کوس کے خط کے ہمواری دریافت کیا چاہیں تو اس ترکیب سے نہیں ہو گے

۷۰

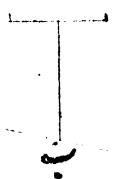
سپرٹ لیول

سپرٹ لیول ایک شیشہ کے نلی ہے وہ آب رنگین یا سرت شراب سی بہر ہوتی ہی اوسکی شکل یہہ ہے ا[illegible] یہ اس نلے میں صرف ایک چھوٹا سا ہوا کا بلبلہ رہنے دیتی ہیں اور تب اسکو بہت ہشیاری تمام بند کرتے ہیں چونکہ ہوا بنسبت رنگین پانی کی ہلکی ہی تو وہ ہمیشہ نلے میں بلندسی بلند مقام پر رہوی گے اسی سبب سے جبکہ نلے کی نیچیکا رخ ہموار مقام پر ہے تو پانی کا سطح اوسکے ہموار ہوگا اور اوسوقت ہوا کا بلبلہ وسط نلے میں ہوگا

۷۱ — یہ آلہ چھوٹے سطوح مثل میز وغیرہ کے ہمواری دریافت کرنے کے واسطی بہت مفید ہی اگر جگہ ذرا بہی ناہموار ہوگی بلبلہ بیچ میں سے ہٹ جاویگا

۷۲ دراز خطوط کے ہموار کرنے کی لئی اس آلہ کو تہ پایے پر رکہتے ہیں اور اوسمیں بازو مثل اوس آلہ کے جو کہ واسطی پیمایش زاویہ کے کام آتا ہی اور جسکا ذکر کہ نمبرہ ۴ میں کیا ہی ہوتے ہیں — بازو کے سوراخ میں سے نگاہ متوازی افق کے ہوتی ہے نہ کہ مثل عمود جب کہ اس آلہ کو سمت مطلوبہ کے سیدہ پر رکہتے ہیں اور پیچ کے ذریعہ سے اوسکو متوازی افق کے کرتے ہیں اوسکی سوراخ میں سے تب ایک جہنڈی کیطرف جہانتک کہ نگاہ پہونچ سکتی ہے دیکہتے ہیں اور جہنڈی کے جس مقام تک کہ نگاہ ہموار افق کے جاتی ہی اوس مقام کو نشان کرلیتے ہیں آلہ کے بلندی زمین سے اور

ہموار کرنیکی ترکیب

اور جہنڈیکی مقام نشان کے بلندی زمین سے دریافت کرکے اونمین باہم تفریق
کرنیسی بہ آسانی معلوم ہو جاوی گا کہ کتنا زمین کے دو مقاموں کے ہموار
ہونیمین فرق ہے مثلاً اب س زمین ہی اور اگر نقطہ و جہنڈی مین جو کہ مقام
س پر ہی الہ کے سوراخ کی ہموار یسے زیادہ اونچا ہو بنسبت اسکیکہ کہ
الہ مقام ب سی ہی تو ظاہر ہی د
کہ اون دونوں کے فرق سے معلوم
ہو جاوی گا کہ س کتنا نیچا ب سی ہی

ب

س

۴۷ — جبکہ پانی کو کسی جگہ سی دوسری جگہ لیجا یا چاہتے ہین ترکیبات مرقومہ
بالا کے ضرورت پڑتی ہی کیونکہ وہ جگہ جہانتک پانیکو لیجانا منظور ہی اور جس
جس مقام سے کہ وہ گذری گا چشمہ د سی نیچا ہو تو بدون حکمت سے ملے
کے پانی اوس مقام پر نہ جاسکی گا ہے — چونکہ پانی ہمیشہ ہموار رہتا ہی
تو بہ آسانی تمام اوسکو شہر مین لیجا سکتی ہین جبکہ وہ چشمہ بنسبت شہر کے
بلند ہی فرض کرو کہ ایک شہر یا گہر یا ایک پہاڑ س د ی کے متصل ہے اور اوسپر
ایک چشمہ د ہی جو با فراط پانی دیتا ہی

ف

د

ا ب م ی

ایک دہات یا مٹی کی نل چشمہ د سے مقام اب ف پر جو کہ چشمہ پانیکی سطح
سے اونچا نہین ہے لگادی تو پانی چشمہ مین سے خود اپنی وزن کے زور سے
[illegible] اگرچہ جہانکہ پانی کو لیجانا ہی منظور ہی اوس مقام سے جہان کہ پانی

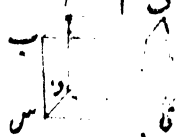
پانے ہو کر وہان پونچیگا پنچا ہی — سیرگاہ مین اسی اصول پر فوارہ بناتے ہین

ب
ا
س

مثلا ایک پہاڑ پر چشمہ ب ہی اور ایک نل چشمہ سسی د تک لگی ہو اور اوس مین ایک سید ہے نلی گہری ہو تو پانے اوسمین سے بہیکر بسبب اپنی زور کے اوپر چڑہیگا

چوتھا باب اشکال مجسم کے بیان مین

تعداد وسعت شے مجسم کے اوسکی طول اور عرض اور عمق سے معلوم ہوتی ہی مکعب فوٹ گز وغیرہ سے وسعت شی مجسم کے پیمایش ہوتے ہی اور اوس کا شمار بموجب حساب مرقومة الذیل ہوتا ہی

ایک مکعب فوٹ ۱۷۲۸ مکعب انچ کا ہوتا ہی ۲۷ مکعب فیٹ کا ایک مکعب گز ہوتا ہی مکعب ایک شکل مجسم ہے جسمین کہ چہہ سطحے ہوتے ہین جیسے کہ او

ب
ف
د
س
ق
د

متوازی السطوح یا ایک شکل مجسم ہے جسمین کہ چہہ مستطیل قایمہ الزوایا ہوتے ہین اور اوسکی ہر دو سطحے متقابلہ برابر اور متوازی ہین جیساکہ او

ب
ف
ی
س
د

۷۶ — منشور ایک شکل مجسم ہے جو کہ دو برابر اور متوازی سطوح پر مبنی ہوتا ہے اور اسکے اطراف مستطیل ہین جیسے کہ شکل اب س د مین ظاہر ہے۔

۷۷ — اگر مستطیل قایمہ الزوایا ایک خط ثابت کرین اور اوسکو اوس پر گردش دیوین تو اسطوانہ پیدا ہوگا جیسے کہ اب د س شکل ۲ مرقومہ بالا مین

۷۸ — مخروط مضلع ایک شکل مجسم ہے جسکی اطراف مثلث ہین جو ایک نقطہ پر ملتے ہین اور راوس کا قاعدہ [illegible] اضلاع کا ہوتا ہے شکل اب س دی مخروط مضلع مخمس ہے

۷۹ — کرہ ایک شکل مجسم ہے جو کہ نصف دایرہ کو قطر پر جو کہ ثابت رہتا ہے گردش دینے سے پیدا ہوتا ہے جیسے اب س د

حساب اشکال مجسم کے بیان میں

۸۳ — کرہ کا مرکز اوسکے اندر ہوتا ہے اگر اوس مرکز سے خطوط سطح تک کہینچین تو وہ باہم برابر ہونگے

۸۴ — قطر کرہ ایک خط مستقیم ہے جو مرکز سے گذر کر اوپر دو نوطرفون سطح بیرونی کے منتہی ہوتا ہے اگر نصف دایرہ قطر کے گرد گردش کرے تو اوس قطر کو محور کرہ یا سہم کہتے ہیں

۸۵ شکل اول

جسم مکعب کا کہ ایک ضلع معلوم ہے اوسکی مساحت کیونکر دریافت کرین

ضلع معلومہ کو بنفسہٖ ضرب دو حاصلضرب کو پہر اوسی ضلع سے ضرب کرو حاصل جسامت یعنی مکعب کے ہوگے

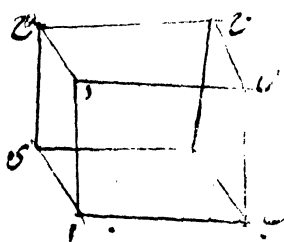
مثال

مکعب اب س ج ح ی کا ضلع اب یا ب س ۲۵ گز کا ہے تو اوسکی مساحت کتنی ہوگے

۲۵
۲۵
۱۲۵
۵۰
۶۲۵
۲۵
۳۱۲۵
۱۲۵۰
۱۵۶۲۵ گز ہوگے

۸۶ مسئلہ دوم

جسامت ہیرل یا پیپا کے کیونکر دریافت کرین۔

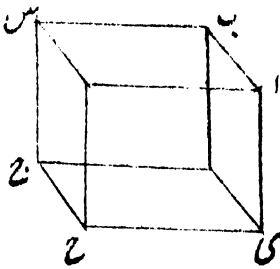
چوتھا باب اشکال مجسم کے بیان مین

قاعدہ

طول کو عرض سے ضرب دو اور ما حصل کو پھر عمق یا ارتفاع سے ضرب کرو حاصل جسامت شکل مطلوبہ ہوگی

مثال

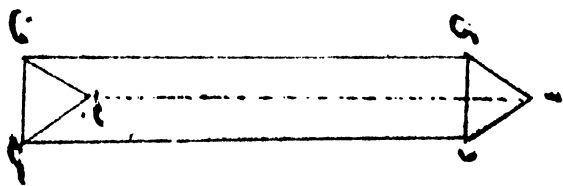
جسامت پیرلیل وپایپڈ اب س ج ح ی کی کیا ہوگی جبکہ طول اب ۸ فیٹ کا ہے اور عرض آی ۴ فیٹ کا اور عمق یا ارتفاع آد ۶ فیٹ کا

۸
۴
۳۲
۶
۱۹۲ جواب

۴۸ مسئلہ

اسطوانہ مضلع یا منشور کے جسامت کیونکر دریافت کرین

قاعدہ

اعداد سطح قاعدہ کو اعداد عمق منشور مین ضرب دو حاصل ضرب اوسکی جسامت ہوگی

مثال

جسامت منشور اب س د ف ق کی جس کا کہ ضلع اب ۱۰۰ فیٹ کا ہے
اور ضلع ب س یا س ف یا ف ب ۴۰ فیٹ کا کیا ہوگی
نمبر ۵۸ مین بیان ہی کہ جس مثلث کے تینون اضلاع معلوم ہین اوسکی ساحت
دریافت ہو سکتی ہی — اس قاعدہ کی رو سے یہان دریافت کیا ہے کہ
مساحت قاعدہ کی ۶۷۳ یا قریب قریب اسکے ہی
اسکو ۱۰۰ مین ضرب دیوین تو ۶۷۳۰۰ ہوتے
ہین پس معلوم ہوا کہ منشور مذکور کی جسامت
۶۷۳۰۰ ہے

۸۸ مسئلہ چہارم

اسطوانہ کے سطح بیرونی کے دریافت کرنیکی ترکیب کیا ہے

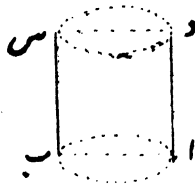
قاعدہ

اوسکا طول کو عرض مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو عمق یا ارتفاع سے
حاصل اوسکی جسامت ہوگی

مثال

جیسے اسطوانہ اب س د کا خط ب س اگر ۲۰ فیٹ کا ہو اور قطر اب ۱۰ فیٹ کا تو اوسکا سطح بیرونی کتنا ہوگا

۳۱۴
۲۵
۱۵۷۰
۶۲۸
۷۸۵۰
۲۵
۳۹۲۵۰
۱۵۷۰
جواب ۱۹۶۲۵۰

س د
ب ا

اگر ایک مجوف اسطوانہ کو دو بھانک کرکے پھیلا دیوین تو ظاہر ہے کہ اوسسے
مستطیل قائمہ الزاویہ پیدا ہوگا جس کا کہ قاعدہ اسطوانہ کے محیط قاعدہ کے برابر ہوگا اور ارتفاع اسطوانہ کا ارتفاع ایسے رہیگا

[illegible marginal handwritten note]

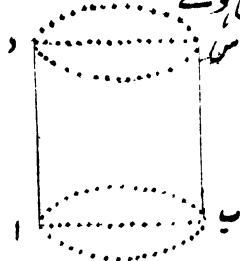
مسئلہ پنجم

جسامت اسطوانہ کی کیونکر دریافت کرین

قاعدہ

اعداد ساحت قاعدہ کو ارتفاع اسطوانہ مین ضرب دو حاصل ضرب اوسکے جسامت ہوگے +

مثال

اسطوانہ ا ب س د کی قاعدہ کا قطر اب ۳۰ فیٹ کا ہی اور ارتفاع ب س ۵۰ فیٹ کا تو اوسکی جسامت کتنی ہوگے

د س
ا ب

۳٫۱۴
۳۰
۹۴۲۰
۱۵
۴۷۱۰۰
۹۴۲۰
۱۴۱۳۰۰
۳۵۳۲۵۰۰

× یہہ ہی قاعدہ اشکال اسطوانہ مضلع پیرلل دیا ئیڈ اور اسطوانہ مین ظاہر ہوسکتا ہے اگر ان اشکال کی فکر کرین کہ وہ بی محدود ٹکڑون سے کہ جو کہ قاعدہ سے متوازی ہین بنی ہین — چونکہ مجموعہ ان اجزای سے محدود کا برابر ارتفاع شکل سے کے ہی تو صاف ظاہر ہے کہ اگر قاعدہ کو جو کہ ایک اون اجزا مین سے ہے ارتفاع مین اسطوانہ یا اسطوانہ مضلع کی ضرب کرین تو حاصل ضرب اوسکے جسامت کی برابر ہوگا

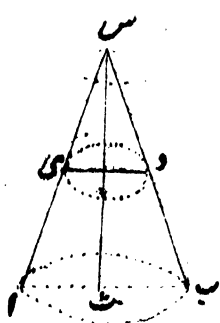
مسئلہ ششم

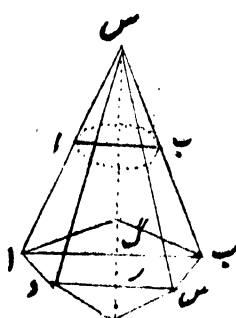
— جسامت مخروط یا مخروط مضلع کے کیونکر پاوین

قاعدہ

سطح قاعدہ کو ارتفاع شکل مین ضرب کرو حاصلضرب کا تیسرا حصہ جسامت مخروط ہوگی *

مثال

مخروط ا ب س کے قطر کا قاعدہ ا ب ۲۰ ہے اور ارتفاع س ٹ ۲۴ تو اسکے جسامت کتنی ہوگی

۳.۱۴
۲۰
۶۲۸۰
۱۰
۴) ۶۲۸۰۰ خارج قسمت
۳۱۴۰۰
۲۴
۱۲۵۶۰۰
۶۲۸۰۰
۳) ۷۵۳.۶۰۰
۲۵۱۲۰۰ جواب

---

* مخروط مضلع اور مخروط تہائی پیرلیل وپاپید یا اسطوانہ کی برابر ہے درصورتیکہ وہ ایک سے قاعدہ پر ہین

چوتہا باب اشکال مجسم کے بیان مین

چہہ گوشہ مخروط مضلع ب س اس کے حجامت کیا ہوگی جبکہ اوسکے قاعدہ کے مساوی اضلاع ہین اور ارتفاع س ر ۶۰

قاعدہ

قاعدہ کا سطح بپمایش کرکر ارتفاع شکل مین ضرب دو اور حاصلضرب کو تین سے تقسیم کرو خارج قسمت حجامت چہہ گوشہ مخروط مضلع کے ہوگے

۹۱ مسلۂ نقیم

کرہ کا سطح بیرونی کیونکر دریافت کرین

قاعدہ

کرہ کے قطر کو اوسکے محیط مین ضرب دو حاصلضرب اوس کا سطح بیرونی ہوگا

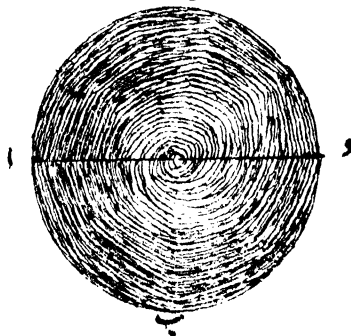
مثال

کرہ ا د ی ب کا قطر ا د ۱۰۰ فیٹ کا ہے تو اوس کا سطح بیرونی کتنا ہوگا

ی

ا د

ب

۳۱۴
۱۰۰
جواب ۳۱۴۰۰

اگر شکل کثیر الاضلاع منتظم کا ایک ضلع معلوم ہو تو اوسکی حجامت علم ریاضی سے معلوم ہوسکتی ہی لیکن اس جگہہ اوس کا بیان کرنا کچہہ ضرور نہین ہے اسکرہ کا سطح بیرونی دایرہ کے سطح سے جس کا قطر کرہ کے قطر کے برابر ہی چوگنا ہوتا ہے

۹۱ اگر قطر یا محور زمین ۷۹۶۱ میل ہو تو اوس کا تمام سطح کتنا ہوگا درصورتیکہ اوسکو بالکل گول فرض کرین

جواب ۱۹۹۰۰۵۴۱۵۹۴ د

۹۲ مسئلہ ہشتم

حبامت کرہ کے کیونکر دریافت کرین

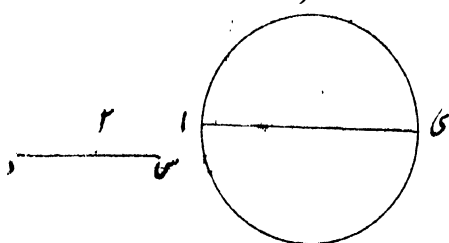
قاعدہ

سطح بیرونی کرہ کو اوسکے قطر سی ضرب کرو اور حاصل ضرب کو چہہ سی تقسیم خارج قسمت حبامت شکل مطلوبہ ہوگے

مثال

کرہ ا د ی ب کا قطر آی ۱۰۰ فیٹ کا ہے تو اوسکے حبامت کتنی ہوگے

۳۱۴
۱۰۰
۳۱۴۰۰
۱۰۰

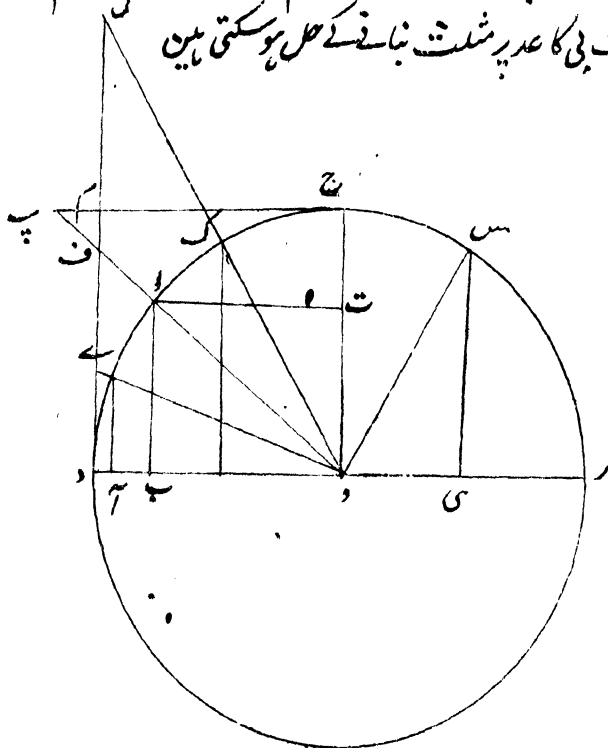
جواب ۳۱۴۰۰۰۰ / ۶ = ۵۲۳۳۳۳

۹۳ — قواعد مرقومہ بالاسکے جاننے سے طبع نہایت محظوظ ہوتے ہی اور برا ایکار اوسی اکثر منصور ہے مثلا دریافت کیا چاہتی ہین کہ ایک منٹ مین کسی جگہہ گنگا مین کتنے کعب فیٹ پانی مثلا آ پربہتا ہی دیکہو مثلا ایک پربا کوی ڈورہلکے سنی دریا مین آ پر ڈالو اور اپنی گہڑی دیکہکر دریافت کرو کہ پانی اوسکو ایک منٹ مین کہان تک بہا لیجاتا ہے فرض کرو کہ ایک منٹ مین پانی اوسی

تابع جسم علم مثلث مین

اوسنےکھینچا تا ہے تب فاصلہ درمیان آ اور ب کی پیمایش کرو اور عرض اور عمق دریا کا تحقیق تب جتنی فیٹ مکعب کہ درمیان اب س د اور عہ دریاکے ہین شمار کرکے بموجب ترچھی یا سیدہی ہونے کنارہ دریا کے نشو ریا پیرلل دیا ہید سمجہہ کر حساب کرو اور اوسمین سے کچہہ بسبب ترچھاین کنارون کے منہا کردو تو پانے سے معلوم ہوجاوے گا کہ کتنی مکعب فیٹ پانے جای مقررہ سے ایک میٹ مین بہتا ہی

باب جسم علم مثلث مین

۹۴ مسایل مثلث کی حل کرنیکی ترکیبات جو کہ اس رسالہ کی حصہ اول مین بیان کے گی ہین بہت صحیح نہین ہین یعنی اونمین تہوری بہت کثرہ جاتے ہی باعث کثرہ جانے کا یہہ ہے کہ اگر ایک ضلع ایک مثلث کا زمین پر ہزار گز پیمایش کرین اور اوسکے متناسب ایک مثلث کاغذ پر بناوین اور اس مثلث کا ایک انچ دوسرے مثلث کے سوگز کے برابر فرض کرین تو ظاہر ہے کہ اگر اسمین انچ کے دسوین حصہ کی کثرہ جاگی تو وہ دوسرے مثلث کی ۱۰ گز کی برابر ہوگے — چونکہ ایک گز مین ۳۶ انچ ہوتے ہین تو سو گز مین ۳۶۰۰ انچ ہونگی پس صاف ظاہر ہے کہ جتنی انچ کی گز مثلث جوز دبین جسکا کہ ہر ایک انچ سوگز کے بجای ہے ہوگی اور اوسی ۳۶ دفعہ زیادہ اوسی بڑی مثلث مین جو کہ زمین پر پیمایش کیا گیا تہا کثرہوگی — علی ہذا القیاس زاویہ کے پیمایش مین یہی اغلبا بہت کثرہ سکتی ہی اور حقیقتا کاغذ پر مثلث متناسب بنانے سے مثلث کی خطوط و زاویہ بخوبی و بصیحت تمام در ماقت

نہین ہوسکتے ہین اس صورت مین ایک اور ترکیب اسکے دریافت کرنیکے
لئے مقرر کیجاہی اور وہ ترکیب علم مثلث ہی - اس علم سے مسایل
مثلث ہی کا عدد پر مثلث بنانے سے حل ہوسکتی ہین

بشکل مرقومہ بالا مین خط اب کو جو کہ خط ود پر عمود ہے جیب مستوی
زاویہ اود کا کہتے ہین - خط ب و جیب التمام اوسی زاویہ کا ہے
دف مماس ف و سیکنٹ ب د جیب معکوس کہلاتے
ہین - اگر زاویہ اود کو ۹۰ مین سے منہا کرین تو باقی اوج زاویہ کو
تمامی زاویہ اود کہوینگے اور زاویہ اوو جو کہ حاصل تفریق درمیان
۹۰ اور عمود اوج اود کی ہی تتمہ کہلاتا ہے خط ت ا جو کہ زاویہ
اوج کی ایک ساق کے انجام سے دوسری خط پر عمود ہے جیب مستوی کا

جیب مستوی کہلاتا ہے دت اوسکا جیب التمام ہی پ ج مماس اور دپ سیکینٹ ۔ جیب مستوی اب زاویہ ادد کا صاف ظاہر ہے کہ تمامی زاویہ کی جیب التمام ہے برابر ہے جیب التمام زاویہ ادد کا تمامی زاویہ کی جیب مستوی کی برابر مماس پ ج کو تمامی زاویہ کا مماس التمام اور سیکینٹ پ د کو تمامی زاویہ اود کا کو سیکینٹ کہتے ہین

۹۵ ــــ شکل مرقومہ بالا کی دیکہنی سسی صاف ظاہر ہے کہ زاویہ ناقص کا جیب مستوی اور مماس اور سیکینٹ ہمیشہ زیادہ ہوتا جاتا ہی اور اوس کا جیب التمام مماس التمام اور کوسیکینٹ گہٹتا جاتا ہی جتناکہ زاویہ بڑہتا جاتا ہی ظاہر اور قیاسا بہی اسکی برخلاف نہین ہونا چاہیے کیونکہ جتناکہ زاویہ ناقص بڑہتی بڑہتے ۹۰ درجون سکے نزدیک اوی گا اوتناہی زاویہ یعنی فرق درمیان ۹۰ درجون اور اوس زاویہ کے ہمیشہ کم ہوتا جاوے گا جس وقت کہ وہ زاویہ ناقص بڑہتی بڑہتی ۹۰ درجون کا ہوتا ہے اوسکے جیب مستوی نصف قطر سکے برابر ہوجاتی ہے اوس کا جیب التمام سفر ہوجاتا ہے اور اوس کا مماس بی محدود ولانتہا اور بیشک اوس کا مماس التمام اور کوسیکینٹ بہی سفر ہوجاتی ہین

۹۶ اب فرض کرو کہ زاویہ ۹۰ درجون سسی زیادہ ہوتے ہوتے اگر زاویہ س بنجاوی تو جیب مستوی اور جیب التمام وغیرہ اوس زاویہ کے یا کسی اور زاویہ سکے جو کہ ۹۰ درجون سسی بڑا ہی تہ پائینگے جیب مستوی اور جیب التمام وغیرہ کی برابر ہونگی اور از بسکہ جتنا زاویہ ۹۰ درجون سسی بڑا ہوگا وتنا ہی ہے اوس کا

...تمہ کم ہوگا تو صاف اسی سے یہہ نتیجہ نکلتا ہے کہ جتنا زاویہ ۹۰ درجون
سے ...ا زیادہ ہوتا جاوے گا اوتنا ہی جیب مستوی مماس اور سیکنت
اوس ...اویہ کا کم ہوتا جاوے گا اور جیب التمام اور مماس التمام
اور کوس...ت زیادہ ۴۷ اگر نقطہ زاویہ مرکز دایرہ پر ہووے اور
اوسکی ساقین محیط دایرہ سے ملی ہون تو اوس زاویہ کو اوس قوس سے
جو کہ درمیان ساقین ...سکے ہی پیمایش کرتے ہین دیکھو نمبرہ ۴ اور جتنا کہ زاویہ
بڑا ہوتا جاتا ہے اوتنی ہی قوس لمبی ہوتی جاتی ہی لیکن یہہ صورت
جیب مستوی کی نہین ہی یعنی اگرچہ زاویہ کی زیادہ ہونے سے
جیب مستوی بھی زیادہ ہوتی ہی پر دونو ایک سے اندازہ پر زیادہ نہین ہوتے
ہین یعنی جیب مستوی کسی زاویہ کی اوسکے دوچند زاویہ کی جیب مستوی
سی نصف نہین ہوتے ہی — یہہ بات ظاہر ہے کہ اگر کسی طریق سے تمام
زاویون کے درجون دقیقون اور ثانیہ کی جیب مستوی دریافت کر کر ایک
نقشہ بناوین تو زاویہ کے معلوم ہونے سے ہمیشہ اوسکی جیب مستوی
معلوم ہو جاویگی اور اگر جیب مستوی کسی زاویہ کی معلوم ہوگی تو وہ
زاویہ خود تحقیق ہو جاوے گا — فرض کرو کہ ایک نقشہ ایک دقیقہ کے
زاویہ سے شروع ہی اور ایک ایک دقیقہ زیادہ زیادہ ہوتا
جاتا ہے ساٹھ ۶۰ دقیقون یا ایک درجہ تک اور اوسی
طرح ۲ ۳ ۴ درجی علی ہذا القیاس ۴۵ درجون تک
نقشہ مین لکھی ہین اور ہر ایک زاویہ کے سامنے اوسکی جیب مستوی
...ہے جیسا کہ

جیب کہ	دقیقہ
۳۰ د	۱
۳۶ د	۲
۵۷ د	۳

بیان صاف ظاہر ہی کہ اگر کوئی شخص سوال کری کہ ۲ دقیقون سے کے جیب مستوی کیا ہی تو ہم نقشہ کو دیکھکر کہوینگے کہ ۳۶ د ہی اور اگر برعکس اسکی یہہ سوال ہو کہ ۳۶ د کس زاویہ کی جیب مستوی ہی تو نقشہ دیکھنی سے معلوم ہوجاوی گا کہ ۲ دقیقون سے کے ہی ۹۸ موافق مرقومہ بالا کے جیب مستوی اور جیب التمام اور مماس اور مماس التمام کا نقشہ بنایا ہی ۔ ۹۹-۴۵ درجون سی زیادہ کا جیب مستوی وغیرہ لکھنا ظاہر آنا ضرور ہی کیونکہ جیب مستوی کسی زاویہ کا اوسکی تمامی زاویہ کی جیب التمام کی برابر ہے اور اگر کوئی جیب مستوی ۵۰ درجون کا پوچھی تو جیب التمام ۴۰ درجون کا دیکھنا چاہیے کیونکہ وہ باہم برابر ہین ۔ ۱۰۰ - نقشہ مفصلہ ذیل مین ہر دس دس دقیقون کی جیب مستوی جیب التمام مماس مماس التمام کا لوکارثم ۹۰ درجون تک لکھا ہے اور مسایل مثلث کی حل کرنیکے واسطے اتنا کافی ہی ۔ ۹۰ درجون کی جیب مستوی کا لوکارثم یعنی نصف قطر کا لوکارثم ۱۰،۰۰۰۰۰ ہی ۔ نقشہ مین زاویون کے درجی حاشیہ پر لکھے ہین اور اونکے دقیقی متصل درجون کے نگر نقشہ کی متن کی اندر ۔ اگر جیب مستوی ۴۵ درجے ۲۰ دقیقے کا دریافت کیا چاہو تو تمکو وہ صفحہ دیکھنا چاہیے

جسکی کنارے پہ ۵°م لکھی ہین اور اوسکی باہین طرف کی خانہ مین ۳۰ کا
ہندسہ دیکھو اور اوسکی سامنی ۱۳۴۳ ۶۳ ۹۵ لکھی ہوئی پاوگے
اور یہہ مقدار جیب مستوی زاویہ مطلوبہ کا ہوگا ۱۰۱ جس خانے کے اوپر
کہ لفظ جیب مستوی کا لکھا ہے اوسکے نیچے لفظ جیب التمام کا مندرج ہی
اور جن خانونکے اوپر کہ لفظ مماس التمام اور جیب التمام لکھا ہے
اونکی نیچے لفظ مماس اور جیب مستوی لکھا ہے اسکی لکھنے کا موجب یہہ
ہی کہ جیب مستوی اور جیب التمام وغیرہ ۴۵ درجون سے کے زاویہ
سی زیادہ کا معلوم ہوسکے مثلا فرض کرو کہ ۵°۰--۳۴ کی زاویہ سے کے
جیب مستوی دریافت کیا چاہتی ہین تو بجای اسکیکہ ۹۰ مین سی ۷۵°-
۳۴ نقصان کرکے تمامی زاویہ دریافت کرین چاہی کہ اوس خانہ مین
جسکے نیچے لفظ جیب مستوی لکھا ہے دیکھین اور ایک مین اون خانون مین سے
بدون حساب کرنیکے جیب مستوی زاویہ مطلوبہ برابر ۲ ۲ ۵ ۲ ۹ ۹ ۰ کے
پاوینگی — ۱۰۲ یہہ یاد رکہا چاہیے کہ نمبر درجون اور مینٹ کا جوکہ داہنی طرف
ہی بتاتا ہی جیب مستوی و جیب التمام و مماس و مماس التمام اون زاویون
کا جوکہ ۴۵ درجون سی زیادہ ہین اور جوکہ باہین طرف ہین وہ بتاتی ہین
جیب مستوی وغیرہ اون زاویون سے کے جوکہ ۴۵ درجون سی کم ہین مثلا
باہین خانہ مین تم پاوگے کہ جیب مستوی ۹ درجی اور ۳۰ مینٹ سے کے
زاویہ کا — ۹۹۹۰۲۰۹ ہی اوس کا مماس ۸۷۵۱۲۰۹ ہے
اوس کا مماس التمام ۲۲۴۸۷۰ ہی اوس کا جیب التمام
۱۲۴۹۹۰۹ ہی لیکن اگر تم داہنی خانہ کے نمبر درجون اور

درجون اور زاویون کو تیز ہوگے تو تم پاؤگے کہ جیب مستوی وغیرہ جو کہ اوپر
بیان کئے ہین ۸۹ درجے اور ۴۰ منٹ کے زاویہ سے جو کہ ۹ درجے اور ۲۰ منٹ
کا بیان ہی متعلق ہین اوسکی جیب مستوی ۱۲۴۹۹ ۹د ہی اوسکا جماس
۳۴۴۸۷ ۷د ہی جماس التمام ۸۷۵۱۳ ۶د۹ اور جیب التمام
۹۹۹۰۲ ۶د۹ ہی — یہہ تمام بالعکس ہوگئے ہین یعنی جو کہ جیب التمام
زاویہ ۹ درجے اور ۲۰ منٹ کا تہا وہ جیب مستوی اسکی [illegible] کا ہوگیا ہی اور جیب مستوی
اسکی جیب التمام اسکے [illegible] کی ہوگئی ہی اور یہی الفاظ جس نقشہ مین کہ لفظ فرق
لکہا ہی اوسی فرق درمیان ہر دو متصل سے کے لوکارثم کے معلوم ہوتا ہی غرض
مطلب اوسکا یہہ ہی کہ کبہی فرق دریافت کرنا منظور ہو تو تفریق کرنے
نہ پڑے اور وقت ضایع نہو — ۱۰۳ تمام سوالات درباب نقشہ
ذیل کے دو قانونون مین مشتمل ہین اول جیب مستوی اور جیب التمام اور جماس
اور جماس التمام کا لوکارثم نکالنا دوم دریافت کرنا زاویہ کا جبکہ
جیب مستوی اور جیب التمام اور جماس التمام کا لوکارثم معلوم ہے
سیکنت اور کوسیکنت اسی نقشہ سے معلوم ہوسکتے ہین لیکن اس
جگہ اون کا ذکر کرنا کچہہ ضرور نہین ہے — اگر ۴۵ درجون سے کم کے
زاویہ کی جیب مستوی دریافت کرنی منظور ہو تو چاہیے کہ جس خانہ کے
اوپر لفظ جیب مستوی لکہا ہے اوس خانہ مین اوس مقام پر جہانکہ
حاشیہ پر دقیقہ زاویہ مطلوبہ لکہے ہین دیکہے تو اوسکے سامنے جیب مستوی
اوس زاویہ کے لکہی ہوئی پاؤگے اگر زاویہ ۴۵ درجون سے
بڑا ہو تو اوسکی جیب مستوی کا لوکارثم تمامی زاویہ کے جیب التمام

دیکھنے سے اوس خانہ میں جسپر کہ لفظ جیب مستوی لکھا ہے معلوم ہوجاوے گا ۔ ۴۵ درجے یا ۴۴ درجے ۶۰ دقیقون کے زاویہ تک نقشہ بنایا ہے اور ہم بیان کرچکے ہیں کہ ہر زاویہ کا جیب مستوی اوسکی تمامی کے جیب التمام کی برابر ہے ۔ اگر زاویہ ۹۰ درجون سے زیادہ ہے تو اوس کا جیب مستوی تتمہ زاویہ کی جیب مستوی کی برابر ہوگا جیسا کہ اوپر بیان کیا ہے

۱۰۴ مثلاً فرض کرو کہ کسی نے ۲۷ درجے ۴۰ دقیقون کے اور ۷۳ درجے ۵۰ دقیقون کے جیب مستوی پوچھے ۔ ہم جیب مستوی کی خانہ میں دیکھکر ۲۷ درجے ۴۰ دقیقون کے جیب مستوی کا لوگارثم ۹٫۶۶۸۲۸۰ پاتے ہیں اور چونکہ تمامی ۷۳ درجے ۵۰ دقیقون کے ۱۶ درجے ۱۰ دقیقے ہے تو جیب التمام ۱۶ درجے ۱۰ دقیقون کا یعنی جیب مستوی ۷۳ درجے ۵۰ دقیقون کا ۹٫۹۸۲۴۸۰ ہے ۔ قاعدہ مرقومہ بالا مماس اور مماس التمام سے بھی تعلق رکھتا ہے

۱۰۵ چونکہ اس نقشہ میں ہر دس دس دقیقون کی جیب مستوی وغیرہ لکھی ہیں اور باقیون کے نہیں تو اوس میں ہر ایک زاویہ نہیں مل سکتا ہے مثلاً ۲۷ درجے ۴۵ دقیقون کے زاویہ کے جیب مستوی دریافت کیا چاہتے ہیں ۔ نقشہ میں صرف ۲۷ درجے ۴۰ دقیقون کی اور ۲۷ درجے ۵۰ دقیقون کے جیب مستوی ملیگے اور ظاہر ہے کہ ۲۷ درجے ۴۵ دقیقون کے جیب مستوی اون دونو کے بیچ میں ہوگے یعنی ۲۷ درجے ۴۰ دقیقون کے جیب مستوی سے زیادہ اور ۲۷ درجے ۵۰ دقیقون کے جیب مستوی سے کم ہوگے

ہو گی ــ جس خانہ مین کہ لفظ فرق لکھا ہی اوسکی وسیلہ سی ۷ ۳ درجے ۲۵ دقیقون سے کے جیب مستوی معلوم ہو جاوینگے یہان ظاہر ہے کہ دونو زاویون مرقومہ بالا مین ۱۰ دقیقون کا فرق ہے اور اونکی جیب مستوی مین ۱۶۵ ۰۰ ۰ د کا فرق ہے اگر انمین ۵ دقیقون کا فرق ہو گا تو اونکے جیب مستوی کی لوکارثم مین فرق ۱۶۵ ۰۰ ۰ د کا نصف ہو گا ــ اس صورت مین ۷ ۳ درجی ۲۵ دقیقون کا زاویہ کا جیب مستوی ۹٫۷۸۴۶۲ ہوئی ۱۰۶ بموجب قاعدہ مرقومہ بالا کے ۷ ۳ درجی ۲۵ دقیقون سے کے زاویہ کا لوکارثم حقیقا ۵ ۰۰۰۰ ۰ د عدد مرقومہ بالا سی بڑا ہی لیکن ازبسکہ یہہ فرق جزوی سا ہی تو اسکو اگر شمار نکرین تو حساب مین بڑا فرق نہ پڑیگا ــ لوکارثم کے نقشہ سی کبھی حساب پورا نہین نکلتا ہے لیکن فرق اتنا کم ہی کہ وہ ہار امدنی مین بڑا نہین کیونکہ اوس مین جزوی سی کثر رہ جاتی ہی عموما قاعدہ یہہ ہے کہ اگر زاویہ مطلوبہ نقشہ مین نہ ملے تو وہ دو زاوے درمیان جنکے کہ زاویہ مطلوبہ ہے نقشہ مین پائی جاہین اور بموجب زیادتی زاویہ مطلوبہ سے کے چھوٹی زاویہ سی ایک عدد چھوٹی زاویہ کی جیب مستوی پر زیادہ کیا جاتا ہے یہہ زاویہ مطلوبہ سے کے جیب مستوی ہو نگے اگر فرق درمیان زاویہ مطلوبہ اور چھوٹی زاویہ سے کے چھوٹی زاویہ اور بڑی زاویہ کی فرق سے نصف ہو تو نصف فرق بڑی اور چھوٹی زاویہ کا چھوٹی زاویہ کی جیب مستوی پر زیادہ کیا جاتا ہے اور اگر تہائی ہی تو تہائی اور علی ہذا القیاس زیادہ کیا جاتا ہے حاصل جمع جیب مستوی زاویہ مطلوبہ ہو گا حقیقت

ہین اس حساب سے یہہ تناسب فرق ادنمین ہوگا ۱۰ دونو زاویون کے
لوکارتم کو وہی نسبت رکھتا ہی جو کہ فرق درمیان چہوٹے زاویہ
اور زاویہ مطلوبہ کے شی مجہول کو رکھتا ہی مثال مرقومہ بالا
مین نسبت مفصلہ ذیل ہے ۱۰ : ۰۰۰۰۱۲۵ : : ۵ : شی
مجہول کو = ۶۲

۱۰۷ اس طریق سے ہر ایک زاویہ دقیقون تک صحیح معلوم ہو سکتا ہے
لیکن اگر زاویہ معلومہ مین ثانیہ بہی ہون تو اوسکو ایک طریق سے
موافق ترکیب گذشتہ کے نکال سکتے ہین وہ یہہ ہی اول جیب ستوی
زاویہ کی درجون اور دقیقون کا پایا جاے اور بعد ازان جیب ستوی
اوس زاویہ کا جو کہ اوس سے ایک دقیقہ بڑا ہی پایا جاے اور یہ
دونو نمبر تفریق کیا جاے اور پہر تناسب بطریق ذیل کیا جاے
اگر دو زاویون مین ایک دقیقہ کا فرق ہو تو اوس مین اتنا اختلاف
ہوتا ہی اگر اتنی ثانیہ کا ادنمین فرق ہو تو کتنا اختلاف ہوگا مثلا
۶۰ ثانیہ : لوکارتم معلومہ کے فرق کو : : فرق درمیان چہوٹے
زاویہ اور زاویہ مطلوبہ کے : شی مجہول کو

۱۰۸ اشتراکات درباب حل کرنے مسایل مثلث کے — اگر درباب مثلث کی تینوں اشکال مفصلہ ذیل مین وہ تینون
جو کہ انکی ایک مین لکہی ہین ملین تو ہم مثلث کو شمار کر سکتے ہین
اول ایک خط اور دو زاوے متصل اوسکے دوم دو خط اور زاویہ
بینہما سوم تینو خطوط چونکہ مثلث کی تینو زاویون کا مجموعہ دو قایمہ
یا ۱۸۰ درجے ہوتا ہی (دیکہو نمبر ۴۳) اور ایک زاویہ قایمہ اوس

باب پنجم مسلم مثلث مین

قایمہ اوس مثلث مین ۹۰ درجون کا ہے تو صاف ظاہر ہی کہ مجموعہ دونو
باقی زاویون کا ۹۰ درجی ہوگا — اگر ان دونو زاویون حادہ مین سے
ایک ہی معلوم ہو تو باقی دوسرا باسانی حساب سی دریافت ہو جاوے
گا بدین طریق کہ زاویہ مطلوبہ کو ۹۰ درجی مین سے منہا کرو باقی زاویہ
نامعلومہ سکے برابر ہویگا مثلاً اگر ایک ان دونو زاویون مین سے
۷۰ درجون کا ہو تو دوسرا بتیک ۲۰ درجون کا ہوگا ۹۰ درجون
کی زاویہ کا جیب مستوی دایرہ سکے نصف قطر کی برابر ہوتا ہی اور اسکو
۱۰۰۰۰۰ فرض کیا ہے جیسی کہ ہمنی پہلے بیان کیا ہے
۱۰۹ تینو قاعدے مرقومہ ذیل تینو مسایل مثلث سکے حل کرنیکے
واسطی کام آتے ہین قاعدہ اول ہر مثلث کے تینو زاویون کا
جیب مستوی خطوط متناظرہ سکے متناسب ہوتی ہین — اگر مثلث
کا ایک خط اور دو زاوی متصلہ معلوم ہون تو قاعدہ مرقومہ بالا سے
باقی اضلاع اور زاویہ دریافت ہوجاوین سگے — عبس مثلث
کا کہ ایک خط اور دو زاوی متصلہ معلوم ہین اوس کا تیسرا زاویہ
ہی تحقیق ہوسکتا ہے بدین طریق کہ دونو زاویہ معلومہ کی مجموعہ کو
۱۸۰ مین سی نقصان کرین تو حاصل تفریق زاویہ مطلوبہ ہوگا
کیونکہ مثلث سکے تینو زاویون کا مجموعہ دو قایمون کی برابر ہے
— باقی دو اضلاع مثلث سکے ہی باسانی بموجب قاعدہ
مرقومہ بالا کی معلوم ہوسکتی ہین لیکن چونکہ نقشہ مین بجای جیب مستوی کی
اون کا لوگارتم لکھا ہوتا ہے تو قاعدہ ۱ اوسکے حسب با نت کرنیکا

باب چہارم عمل مثلث مین

۵۴ کرنی کا یہہ ہی کہ ایک زاویہ معلومہ کی جیب مستوی کی لوکارثم کو خط معلومہ کے لوکارثم کی ساتھہ جمع کرو اور حاصل جمع مین سی خط معلومہ کے مقابل کی زاویہ کے لوکارثم کو نقصان کرو تو باقی زاویہ مذکورہ ہی سے مثلث کی اور خطوط دریافت کرنیکی واسطے ہی یہی قاعدہ کام مین لاوگے تو اوسی تمام اضلاع مثلث معلوم ہو جاوینگے

۱۱۰ مثال فرض کرو کہ مثلث کا ایک خط ساٹھہ گز کا ہے اور دو زاوی جو کہ اس خط کی انجام پر بنے ہین اون مین سی ایک ۵۰ درجون کا اور دوسرا ۵۵ کا ہے تو تیسرا زاویہ بیشک ۷۵ درجون کا ہوگا کیونکہ ۵۰ + ۵۵ + ۷۵ = ۱۸۰

اور دونو خطوط نامعلومہ کے دریافت کرنیکی واسطے دو اربعہ متناسبہ مفصلہ ذیل کے جاتے ہین

جیب مستوی ۷۵ : ۶۰ :: جیب مستوی ۵۰ :

جیب مستوی ۷۵ : ۶۰ :: جیب مستوی ۵۵ :

۵۰ کی جیب مستوی کی لوکارثم ہین ۹٫۸۸۴۲۵
لوکارثم ۶۰ کا زیادہ کرو ۱٫۷۷۸۱۵
۱۱٫۶۶۲۴۰
نقصان کرو ۷۵ کی جیب مستوی کا لوکارثم ۹٫۹۸۴۹۴
۴۷٫۵۸۶ کا لوکارثم = ۱٫۶۷۷۴۶

۱۱۱ اس اربعہ متناسبہ اول سے ۵۰ درجون کے زاویہ کے مقابل کا خط ۴۷٫۵۸۶ معلوم ہوا اور دوسری اربعہ متناسبہ سے ۵۵ درجون کے زاویہ کے مقابل کا خط ۵۰٫۸۸۴ دریافت ہوا ۱۰۵ کے ساتھ جو کہ کسور عشاریہ ہے بیشک کسور درجہ ہی

قاعدہ دوم

ہر مثلث کی دونو خطون کا مجموعہ اونکے فرق کو وہی نسبت

مجموعہ اونکے فرق کو وہی نسبت رکھتا ہی جو کہ مماس نصف مجموعہ زاویہ متناظرہ خطوط معلومہ کا اون دونو زاویون کے فرق کے نصف کو رکھتا ہی

ا+ب : ا-ب : : مماس نصف ا+ب : مماس نصف ا-ب

جس مثلث کی کہ دو خط اور زاویہ بینہما معلوم ہو اوسکی باقی زاویہ اور ضلع اس قاعدہ سے تحقیق ہوتے ہین صاف ظاہر ہے کہ زاویہ س عبس کا ذکر اربع متناسبہ مرقومہ بالا مین نہین کیا ہے معلوم ہو تو اوسے اگر ۱۸۰ مین سے منہا کرینگے حاصل تفریق مثلث کی دونو باقی زاویون کے برابر ہوگے کیونکہ مثلث کی تینو زاویون کا مجموعہ ۱۸۰ ہوتا ہے دونو خطوط معلومہ کے لوکارتم کو ۱۸۰ اس کے نصف کی مماس کی لوکارتم پر زیادہ کرو حاصل مین سے دونو خطوط معلومہ کی لوکارتم کو نقصان کرو باقی دونو زاویہ نامعلومہ کی نصف فرق کے مماس کے لوکارتم کے برابر ہوگی تم نقشہ مین دیکھکر دریافت کروگے کہ کس زاویے مماس کا لوکارتم وہ ہے جبکہ دونو زاویون نامعلومہ کا نصف مجموعہ اور اونکے فرق کا نصف معلوم ہوگیا تو تمکو چاہیئے کہ اون دونو کو جمع کرو حاصل جمع بڑے زاویہ کی برابر ہوگی یا اون دونو مین تفریق کرو باقی چھوٹا زاویہ ہوگا

۱۱۲ مثال فرض کرو کہ مثلث کا ایک زاویہ ۷۵ درجون کا ہی اور وہ دونو خطوط مابین جنکے کہ وہ زاویہ ہو معلوم تو اربعہ متناسبہ مرقومہ ذیل ہوگا

۷۰.۹۸۷۴ : ۳۲۹۸ : : مماس ۵۲ درجے ۳۰ دقیقہ : مماس نصف

حاصل تفریق دونو زاویون نامعلومہ

حاصل تفریق کی

۵۵ کیونکہ ۴۸۸ ، ۰ ۵ + ۶ ۸ ۵ ، ۴۷ = ۰ ۴۷ ، ۸ ۹

۴ ۸ ۸ ، ۰ ۵ − ۶ ۸ ۵ ، ۴۷ = ۸ ۹ ۲

نقشہ جیب مستوی وغیرہ کے لوکارثم مین ہم پاتے ہین کہ مماس زاویہ ۲۵ درجہ ۴۳ دقیقہ = ۱۰۶۱۱۵۰۴

نقشہ حساب مین دیکھکر زیادہ کرو لوکارثم ۸ ۹ ۲ ، ۳ = ۰۵۱۸۱۲ / ۱۰۶۶۳۱۶

نقصان کرو لوکارثم ۰ ۴۷ ، ۸ ۹ = ۱۹۹۳۴۰ / ۸۶۶۳۹۷۶

۹۱ ۳ ۸ ۶ ، ۸ اربعہ متناسبہ مرقومہ بالا کے چوتھی رقم مجہول ہے

یعنی وہ دونو زاویون نامعلومہ کے نصف فرق کا مماس ہے۔ نقشہ

مین دیکھکر پاتے ہین کہ یہہ ۹۱½ ۴ ، ۴ کے زاویہ کا مماس ہے جسکا

دگنا ۵۹ دقیقہ ۴۰ درجے ہوتا ہے — بطریق مرقومہ بالا۔ زاویون نامعلومہ

کے مجموعہ کا نصف مجموعہ ۵۴ درجے ۳۰ دقیقہ دریافت ہوا اور اونکی فرق کا نصف

۲ درجے ۹۱½ دقیقے ہوا اگر ان دونو کو جمع کروگے تو حاصل ۵۴ درجے ۵۹½ دقیقہ

[illegible] ہوگا اور [illegible] ۵۰ درجے اور ½ دقیقہ برابر چھوٹی زاویہ ہوگا

جواب [illegible] کیونکہ بجای ۴۰ درجے ۵۹ دقیقون کی

اون مین ۵ درجے کا فرق چاہیے تھا اور اس سبب سے نصف دقیقے

کی غلطی ہر ایک زاویہ مین واقع ہوتی ہی — اس غلطی کا باعث

علم ریاضی یہہ ہی سے معلوم ہوجاویگا اور وہ یہہ کہ نقشہ جیب مستوی

وغیرہ کا صحیح نہین ہے بلکہ قریب قریب صحیح کے ہوتا ہے نہ کہ

ازروی علم ریاضی کے درست — اوسکو صحیح کے قریب قریب

لا سکتے ہین مگر بالکل صحیح کبھی نہین ہو سکتا ہی قاعدہ سوم

جس مثلث کے کہ تینو اضلاع معلوم ہین اوسکی زاویہ

اوسکی زاویہ کو دریافت کرین تینوا ضلاع کے نصف مجموعہ
مین سی اون دونو ضلعون کو باہم جنکے کہ زاویہ مطلوبہ ہے جدا گانہ نقصان
کرو اور دونو باقیون کو باہم ضرب دو اور اونکے حاصل ضرب
کو تینو اضلاع مذکورہ کے حاصل ضرب پر تقسیم کرو اور خارج قسمت
کا جذر ہو نو وہ جیب مستوی اوس زاویہ کے نصف کی ہوگی جو کہ
اضلاع مذکورہ کے مابین ہے اور اگر اوسکو دوچند کروگے تو جیب مستوی
زاویہ مطلوبہ کے معلوم ہوجاویگی دوسرا قاعدہ یہہ ہے
کہ تینو اضلاع کے نصف مجموعہ مین سی اون دونو اضلاع کو مابین
جنکے کہ زاویہ مطلوبہ ہے جدا گانہ نقصان کرو نصف باقی نصف
زاویہ مطلوبہ کی لوگارثم کے برابر ہوگے

نقشہ مین دیکھکر معلوم ہوجاویگا کہ کس زاویہ کا وہ جیب مستوی ہے
اور اوسکو دوچند کرنے سی زاویہ مطلوبہ معلوم ہوجاویگا

۱۱۳ مثال فرض کرو اوس مثلث کی جسکا کہ ذکر اوپر کیا ہے
تینو اضلاع معلوم ہین اور زاویہ س دریافت کیا چاہتی ہین

۵۰۰۸۸۴
۴۷۵۸۶
۶۰۹
۱۵۹۴۷۰ مجموعہ تینو اضلاع کا
۷۹۲۳۵ نصف مجموعہ تینو اضلاع کا

۷۹۰۲۳۵ . ۷۹۲۳۵ لوگارثم ۳۱۷۴۹ = ۲۹۰۰ ۱،۵
س ۴۷۵۸۶ ۴۴ ۵۰۰۸۸ لوگارثم ۱۳۵۰۸۲ = ۱،۴۰۵۲۶۹
ن ۹۲۴۹۱۳ باقی ۲۳۹۲

اوپر اسکے قطر کے پیدا ہوگا مرکز سے برابر فاصلہ پر ہوگا

۱۱۵ اگر کرہ کو کسی سطح سے کاٹین تو دایرہ پیدا ہوگا

دایرہ کلان وہ ہی جس کا کہ سطح مرکز کرہ مین سے گذرتا ہے

دایرہ خورد وہ ہے جسکا کہ سطح مرکز کرہ مین سے نہین گذرتا ہے

قطب دایرہ کرہ ایک نقطہ اوپر سطح کرہ کے ہی جو کہ ہر نقطہ سطح سے برابر فاصلہ پر ہی — تمام دوایر کی خواہ خورد خواہ کلان ہون دو قطب ہوتے ہین — مثلث خطوط منحنی ایک جزو سطح کرہ کا ہی اور وہ مشتمل ہوتا ہے تین قوسون تین دوایر کلان سے — ہر ایک کو ان مین سے ضلع مثلث خطوط منحنی کہتے ہین

اور وہ نصف دایرہ سے کم ہوتا ہے

زاوی مثلث خطوط منحنی کے وہ ہین جو کہ واقع ہین درمیان سطوح اضلاع مثلث کے

ایک سطح مماس ہے کرہ کو جبکہ وہ اسکو ایک ہی نقطہ پر چھوتا ہے

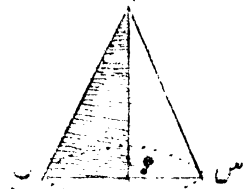
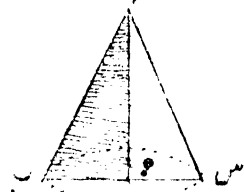
۱۱۶ مثلث خطوط منحنی کا ہر ایک خط چھوٹا ہوتا ہے مجموعہ دو باقی اضلاع مثلث کے سے مثلث خطوط منحنی کے تینو زاوی دو قایمون سے زیادہ ہوتے ہین

۱۷ علم مثلث خطوط منحنی کے وسیلہ سے مسایل مثلث خطوط منحنی حل ہوتے ہین جیسا کہ علم مثلث مستقیم الخطوط سے مسایل مثلث مستقیم الاضلاع حل ہوتے ہین

سا توان باب تراشش مخروط کے بیان مین

۱۱۸ مخروط کو تراشنی سے بعضی اشکال مسطح پیدا ہوتے ہین

وہ علم ریاضی میں بہت کام آتی ہیں

۱۱۹ مخروط ایک شکل مجسم ہے جو کہ مثلث قائم الزاویہ کے ایک خط کو ثابت کر کر گردش دینے سے بنتا ہے جیسے کہ ا ب س

۱۲۰ وہ خط جس کے گرد مثلث قائم الزاویہ گردش کھاکے مخروط پیدا کرتا ہے سہم کہلاتا ہے

۱۲۱ قاعدہ مخروط کا دایرہ ہے جو کہ خط متحرک متصل سہم کی گھومنے سے پیدا ہوتا ہے اور وہ جو کہ مخروط کے سر سے قاعدہ پر عمود ہے ارتفاع کہلاتا ہے

۱۲۲ اگر مخروط کو سر سے قاعدہ تک خواہ ترچھا خواہ سیدھا تراشیں تو مثلث اوسمیں سے پیدا ہوگا جیسے کہ ا ب س

۱۲۳ اگر مخروط قاعدہ سے متوازی تراشیں تو اوس

تو اوسمین سے دایرہ پیدا ہوگا جیسی کہ اس د ب

۱۲۴ اگر مخروط کو ایسا ترچھا تراشین کہ اوسکی دونو پہلو کٹین تو ایک شکل بیضہ اوسمین سی پیدا ہوے جیسی کہ اس د ب

۱۲۵ اگر مخروط کو دونو طرفون مین سی ایک کے متوازی تراشین تو پیری بولا پیدا ہوگا جیسی کہ ا ب س

۱۲۶ اگر ایک سطح ایک مخروط کو کاٹ کر دوسری مخروط جو کہ مقابل دسکے ہی تو اوس تراش سے ایپر بولا پیدا ہوگا جیسی کہ ا ب س

یہ بات اس جگہ کہنی ضرور ہے کہ تمام اشکال جو کہ مخروط کو تراشنی سے پیدا ہوتے ہین اوپر بیان کین ہین اور وہ پانچ ہین یعنی مثلث دایرہ شکل بیضہ پیری بولا ایپر بولا لیکن پانچ مین سی تین اشکال اخیر کو اکثر علم تراشش مخروط کہتے ہین

۵۹ وہ علم ریاضے مین بہت کام اتی مین

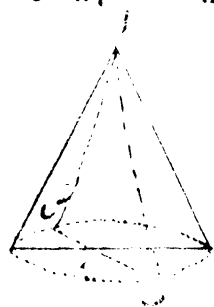
۱۱۹ مخروط ایک شکل مجسم ہے جو کہ مثلث قایم الزاویہ کے ایک خط کو ثابت کر کر گردش دینی سے بنتا ہی جیسے کہ اب س

ب ا س

۱۲۰ وہ خط جسکی گرد مثلث قایم الزاویہ گردش کہاتی مخروط پیدا کرتا ہے سہم کہلاتا ہی

۱۲۱ قاعدہ مخروط کا دایرہ ہی جو کہ خط متحرک منصل سہم کی گہومنی سے پیدا ہوتا ہے اور وہ جو کہ مخروط کے سر سی قاعدہ پر عمود ہی ارتفاع کہلاتا ہے

۱۲۲ اگر مخروط کو سر سی قاعدہ تک خواہ ترچہا خواہ سیدہا تراشین تو مثلث اوسمین سے پیدا ہوگا جیسی کہ اب س

ا ب س

۱۲۳ اگر مخروط قاعدہ کے متوازی تراشین تو اوسمین

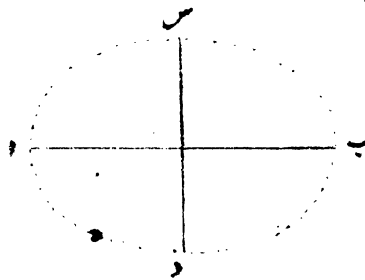
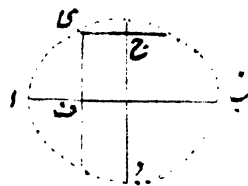
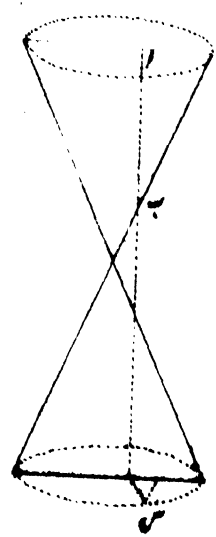
…س مین سے دایرہ پیدا ہوگا جیسے کہ اس د ب

اگر مخروط کو ایسا ترچھا تراشیں کہ اوسکی دونو پہلو کٹین تو ایک
…شکل بیضہ اوسمین سے پیدا ہوے جیسے کہ اس د ب

ا اگر مخروط کو دونو طرفون مین سے ایک کے متوازی تراشین
…ری بولا پیدا ہوگا جیسے کہ ا ب س

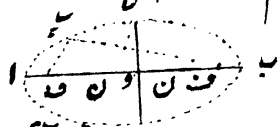
ا اگر ایک سطح ایک مخروط کو کاٹے کر دوسری مخروط
…ر کہ مقابل دوسکے ہے تو اوس تراش سے ہیپربولا پیدا ہوگا
…کہ ا ب س +

…ت اس جگہ یہی ضرور ہے کہ تمام اشکال جو کہ مخروط کو تراشنے سے
…وتے ہین اوپر بیان کین ہین اور وہ پانچ ہین یعنی مثلث دایرہ
…ضیہ پیری بولا ہیپربولا لیکن پانچ مین سے تین اشکال اخیر کو اکثر علم تراش
…کہتے ہین

١٢٧ اگر دو خط مرکز شکل بیضیہ سی کذر کی محیط دایرہ پر منتہی ہووین اور وہ دونو باہم ایک دوسری پر عمود ہوون تو بڑی خط اب کو جو کہ ا ب سی من سی کذرتا ہی بڑا قطر اور چہوٹی خط س د کو چہوٹا قطر کہتی ہین

١٢٨ خط ی ف یا ی ج جو کہ شکل بیضہ کی محیط سی چہوٹی یا بڑی قطر پر عمود ہے اور ڈی نیٹ کہلاتا ہے

١٢٩ نقطہ ا ف یا س ج جو کہ درمیان اور ڈی نیٹ اور

چونکہ ستارون کا مدار بشکل بیضیہ ہے تو ان اشکال کا جاننا ضرور ہی اِس رسالہ مین دو چار مسایل درباب شکل بیضیہ کے ہمنے لکھی ہین اور اون کا جاننا بہت ضرور ہے کیونکہ مدار تمام ستارون کا بشکل بیضیہ ہے

۱۳۷ — ہایپربولا کی ایک عجایب صفت ہم بیان کرتے ہین وہ یہہ ہی کہ ہایپربولا ہمیشہ ایک خط کے نزدیک اتا جاتا ہے مگر کبھی نہین اوسسی ملتا ہے

۱۳۸ شکل اول

شکل بیضیہ کا اگر چھوٹا اور بڑا قطر معلوم ہو تو تمام شکل کو کیونکر کاغذ پر کھینچین

ترکیب

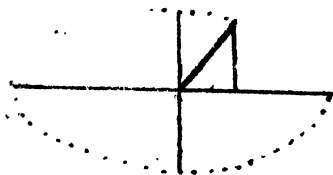
چھوٹا قطر س د اور بڑا قطر ا ب مرکز شکل پر تقاطع کرتے ہوئے کھینچو س کو مرکز گردان کر ا و کے فاصلہ پر ایک قوس ا ب کو ف ف مین کاٹتے ہوئے کھینچو تو نقطے ف ف اوسکے دونو ماسک ہونگے — فرض کرو کہ بی شمار نقطے ن ن وغیرہ بڑی قطر ا ب مین ہین اور ا ن اور ن ب کے فاصلہ پر مرکز ف اور ف سے قوسین کھینچو کہ نقطہ ث ث وغیرہ پر تقاطع کرین درمیان نقطون ث ث وغیرہ کے ا ث س ث اور ب د کھینچو تو یہہ محیط شکل بیضیہ ہوگا

۱۳۹ — شکل دوم

شکل بیضیہ کو اگر کوئی تین چیزین چار چیزون مفصلہ ذیل مین سے معلوم ہو تو چوتہی چیز معلوم ہو جاوے گی لیکن اوس کا اس جگہ بیان کرنا کچہہ ضرور نہین ہی وہ چار چیزین یہہ ہین چہوٹا اور بڑا قطر اور ڈگری نیٹ اور ابسیسا

١٤٠

شکل سیوم

جبکہ چہوٹا اور بڑا محور شکل بیضیہ کا معلوم ہے تو اوس کا محیط کیونکر دریافت کرین جذر نصف مجموعہ دونو خطون کو ٣،١٤ سے ضرب کرو جبکہ قطر اوس کا ایک ہی ہا حصل اوس کا محیط ہوگا

مثلاً اگر بڑا محور ٢٤ ہو اور چہوٹا محور ٢٠ تو محیط اوس شکل کا کتنا ہوگا

٢٢،٠٩

٣،١٤

٨٨٣٦

٢٢٠٩

٦٦٢٧

٦٩٣٦٢٦

١٤١

شکل چہارم

اگر چہوٹا اور بڑا قطر کسی شکل بیضیہ کا معلوم ہو تو اوس کا سطح کیونکر دریافت کرین

قاعدہ

۶۵ بڑی محور کو چھوٹے محور سے ضرب دو اور حاصل ضرب کو پہر ۷۸۵ سے جو کہ چوتہائی ۴ اور ۳ کا ہے جبکہ قطر ایک ہی ضرب کرو ما حصل اوس کا سطح ہوگا یا یہہ کہ ایک قطر کو ۷۸۵ سے ضرب دو اور حاصل کو دوسری سے

مثال

۱۴۲ جس شکل کا کہ بڑا محور اب ۲۴ ہی اور چھوٹا محور س د ۱۸ ہو تو اوس کا سطح کتنا ہوگا ۱۲ X ۱۸ X ۷۸۵, = ۱۲۰, ۳۳۸

شکل مذکور کا ہوگا

۱۴۳ — علم پیمائش مخروط علم ریاضی کی تحصیل کرنے مین مفید ہوگا اور اوسکی جان لینے سی طالب علم دریافت کریگا کہ کس طریق سے مدار ستارون کا تحقیق ہوا ہی اور اون کا مدار کتنا کتنا لنبا ہے

۱۴۴ جن شخصون کو کہ فرصت تحصیل کرنے علم ریاضی کی نہین ہی اور نہ اونکی طبع اسکی تحصیل کی طرف راغب اونکی واسطے اس رسالہ مین خیالات مشہور درباب علم مساحت کار آمدنی کی اور علم پیمائش اور علم ہمواری کی لکھی ہین اگر حساب نہایت صحیح دریافت کیا چاہتی تو بعضی ترکیبات اس رسالہ مین ایسی ہین کہ اونسے وہ ٹہیک نہین نکل سکینگے — جو اشخاص کہ خاص تحصیل علم مساحت و پیمائش کے کیا چاہتے ہین اونکو لازم ہی کہ ہٹن صاحب کی اور ریونی گیبل صاحب کی کتاب کو دیکہ اون علوم کے تحصیل کرین

تتمہ

ترکیب دریافت کرنی خط نصف النہار کسی مقام کی

اول تہوڑی سی قطع زمین کو ہموار کرو اس طرح کہ اوس پر پانی ڈالین تو وہ تمام اطراف مین اوس زمین ... بعد اسکی اوس مقام پر ایک دایرہ کہینچو اور اس دایرہ کے مرکز پر ایک نوکدار سوئی بقدر ربع قطر دایرہ کے مثل عمود کہڑی کرو اور واسطے ثبوت اس امر کی کہ زیادہ سوی مثل عمود ہی کہ تین نقطے محیط دایرہ مین فرض کرو اور اون سی فاصلہ سوئی کی نوک کا پیمایش کرو اگر فاصلہ ان کا باہم برابر ہی تو سوی مثل عمود قایم ہے اس مین شک نہین کہ اوایل بہار مین وقت طلوع افتاب کے سایہ سوئی کا باہر دایرہ کے پڑی گا اور جون جون افتاب اونچا اوٹہتا جاوے گا کم ہوتا دیکہتی رہو کہ کب قبل از دوپہر کے انجام سایہ کا محیط دایرہ سی چہوی گا اور جس مقام پر کہ سایہ سوئی کا محیط دایرہ سی چہودی اوس مقام پر نشان سوی سے کرلو اور تب بعد دوپہر کے دیکہتی رہو کہ کب سایہ دراز ہوتے ہوتے محیط دایرہ سی چہودی گا اور جہانکہ وہ چہودی اوس مقام پر نشان کرلو اور جو قوس کہ درمیان نشانہای مذکور کی واقع ہی اسکو تنصیف کرو اور تب درمیان نقطہ تقاطع اور مرکز دایرہ کے خط ملاو اور اسکو کہینچتی جاو تو وہ خط خط نصف النہار ہوگا

تتمہ دوم

اگر نقشہ کسی قدر طول اور عرض کا دیا ہو تو ہم اوسکو اس طرح کم یا زیادہ
طول اور عرض مین کرسکتی ہین کہ تمام اجزا اوسکی نقشہ اصلی سی متناسب
رہین اسی نقشہ کو بآسانی کہینچنی کی لئی اصل نقشہ کو چند مربعون مین
تقسیم کرتے ہین اور جس قدر کہ ہم نقشہ کو چھوٹا یا بڑا کیا چاہتی ہین اوسی
قدر اوسکی مربع کو کم یا زیادہ کرکی اوسکی ایک خط کو کاغذ پر کہینچتی
ہین مثلاً فرض کرو کہ ایک نقشہ کاغذ پر ایک بڑی مربع کی اندر کہینچا
ہوا ہی اوس مربع کو بہی چند مربعون مین تقسیم کرنا چاہئی اگر تم اپنی نقشہ
کو اصل نقشہ کا چہارم کہینچا چاہتی ہو تو تمہین چاہئی کہ ایک مربع چہارم
حصہ اصل مربع کا بناو اور اوسکو اوتنی ہی مربعون مین تقسیم کرو جتنی
مربعون مین کہ اصل نقشہ منقسم ہی اوس صورت مین چیزون کو مطابق
مربعون مین کہینچی گی یعنی اگر مربع دا ہنی ہاتہ کو نیچی کی طرف ایک مین
ہی تو دوسری مین بہی داہنی ہاتہ کو نیچی کی طرف ہو دی اور جو
بائین ہاتہ کو اوپر کی طرف ہی تو دوسری مین بائین ہاتہ کو اوپر کیطرف ہووے
ایک نقشہ اسی قاعدہ پر اسکی آگی لگایا گیا ہی اور جس قاعدہ پر کہ ہمنی چھوٹا
نقشہ کہینچا ہی اوسی قاعدہ پر نقشہ زمین کا غذ پر کہینچ سکتی ہین

حوض
مشرق
جنوب

شمال
حوض
مغرب
مشرق
جنوب

۲

دقیقہ	جیب مستوی	تفریق	مماس	تفریق	مماس التمام	جیب التمام	
۱۰	۸٫۷۴۲۲۴	۰۰۲۲۲۵	۸٫۷۴۲۹۲	۰۰۲۲۳۳	۱۱٫۲۵۷۰۸	۹٫۹۹۹۳۴	۵۰
۲۰	۸٫۷۶۴۵۱	۰۰۲۱۱۷	۸٫۷۶۵۲۵	۰۰۲۱۲۴	۱۱٫۲۳۴۷۵	۹٫۹۹۹۲۶	۴۰
۳۰	۸٫۷۸۵۶۸	۰۰۲۰۱۷	۸٫۷۸۶۴۹	۰۰۲۰۲۵	۱۱٫۲۱۳۵۱	۹٫۹۹۹۱۹	۳۰
۴۰	۸٫۸۰۵۸۵	۰۰۱۹۲۸	۸٫۸۰۶۷۴	۰۰۱۹۳۶	۱۱٫۱۹۳۲۶	۹٫۹۹۹۱۱	۲۰
۵۰	۸٫۸۲۵۱۳	۰۰۱۸۴۵	۸٫۸۲۶۱۰	۰۰۱۸۵۴	۱۱٫۱۷۳۹۰	۹٫۹۹۹۰۳	۱۰
۰	۸٫۸۴۳۵۸	۰۱۷۷۰	۸٫۸۴۴۶۴	۰۰۱۷۷۹	۱۱٫۱۵۵۳۶	۹٫۹۹۸۹۴	۰
۱۰	۸٫۸۶۱۲۸	۰۰۱۷۰۱	۸٫۸۶۲۴۳	۰۰۱۷۱۰	۱۱٫۱۳۷۵۷	۹٫۹۹۸۸۵	۵۰
۲۰	۸٫۸۷۸۲۹	۰۰۱۶۳۵	۸٫۸۷۹۵۳	۰۰۱۶۴۵	۱۱٫۱۲۰۴۷	۹٫۹۹۸۷۶	۴۰
۳۰	۸٫۸۹۴۶۴	۰۰۱۵۷۶	۸٫۸۹۵۹۸	۰۰۱۵۸۷	۱۱٫۱۰۴۰۲	۹٫۹۹۸۶۶	۳۰
۴۰	۸٫۹۱۰۴۰	۰۰۱۵۲۱	۸٫۹۱۱۸۵	۰۰۱۵۳۱	۱۱٫۰۸۸۱۵	۹٫۹۹۸۵۶	۲۰
۵۰	۸٫۹۲۵۶۱	۰۰۱۴۶۹	۸٫۹۲۷۱۶	۰۰۱۴۷۹	۱۱٫۰۷۲۸۴	۹٫۹۹۸۴۵	۱۰
۰	۸٫۹۴۰۳۰	۰۰۱۴۲۰	۸٫۹۴۱۹۵	۰۰۱۴۳۲	۱۱٫۰۵۸۰۵	۹٫۹۹۸۳۴	۰
۱۰	۸٫۹۵۴۵۰	۰۰۱۳۷۵	۸٫۹۵۶۲۷	۰۰۱۳۸۶	۱۱٫۰۴۳۷۳	۹٫۹۹۸۲۳	۵۰
۲۰	۸٫۹۶۸۲۵	۰۰۱۳۳۲	۸٫۹۷۰۱۳	۰۰۱۳۴۵	۱۱٫۰۲۹۸۷	۹٫۹۹۸۱۲	۴۰
۳۰	۸٫۹۸۱۵۷	۰۰۱۳۰۷	۸٫۹۸۳۵۸	۰۰۱۳۰۴	۱۱٫۰۱۶۴۲	۹٫۹۹۸۰۰	۳۰
۴۰	۸٫۹۹۴۵۰	۰۰۱۲۵۴	۸٫۹۹۶۶۲	۰۰۱۲۶۸	۱۱٫۰۰۳۳۸	۹٫۹۹۷۸۷	۲۰
۵۰	۹٫۰۰۷۰۴	۰۰۱۲۱۹	۹٫۰۰۹۳۰	۰۰۱۲۳۲	۱۰٫۹۹۰۷۰	۹٫۹۹۷۷۵	۱۰
	۹٫۰۱۹۲۳		۹٫۰۲۱۶۲		۱۰٫۹۷۸۳۸	۹٫۹۹۷۶۱	
	جیب التمام	تنزل	مماس التمام	تزئق	مماس	جیب مستوی	

دقیقه	جیب مستوی	تزید	ماس	تزید	ماس التمام	جیب التمام	
١٠	٩٫٠٣١٠٩	٠٠١١٥٣	٩٫٠٣٣٦١	٠٠١١٦٧	١٠٫٩٦٦٣٩	٩٫٩٩٧٤٨	٥٠
٢٠	٩٫٠٤٢٦٢	٠٠١١٣٤	٩٫٠٤٥٢٨	٠٠١١٣٨	١٠٫٩٥٤٧٢	٩٫٩٩٧٣٤	٤٠
٣٠	٩٫٠٥٣٨٦	٠٠١٠٩٥	٩٫٠٥٦٦٦	٠٠١١٠٩	١٠٫٩٤٣٣٤	٩٫٩٩٧٢٠	٣٠
٤٠	٩٫٠٦٤٨١	٠٠١٠٦٧	٩٫٠٦٧٧٥	٠٠١٠٨٣	١٠٫٩٣٢٢٥	٩٫٩٩٧٠٥	٢٠
٥٠	٩٫٠٧٥٤٨	٠٠١٠٤١	٩٫٠٧٨٥٨	٠٠١٠٥٦	١٠٫٩٢١٤٢	٩٫٩٩٦٩٠	١٠
٠	٩٫٠٨٥٨٩	٠٠١٠١٧	٩٫٠٨٩١٤	٠٠١٠٣٣	١٠٫٩١٠٨٦	٩٫٩٩٦٧٥	
١٠	٩٫٠٩٦٠٦	٠٠٠٩٩٣	٩٫٠٩٩٤٧	٠٠١٠٠٩	١٠٫٩٠٠٥٣	٩٫٩٩٦٥٩	٥٠
٢٠	٩٫١٠٥٩٩	٠٠٠٩٧١	٩٫١٠٩٥٦	٠٠٠٩٨٧	١٠٫٨٩٠٤٤	٩٫٩٩٦٤٣	٤٠
٣٠	٩٫١١٥٧٠	٠٠٠٩٤٩	٩٫١١٩٤٣	٠٠٠٩٦٦	١٠٫٨٨٠٥٧	٩٫٩٩٦٢٧	٣٠
٤٠	٩٫١٢٥١٩	٠٠٠٩٢٨	٩٫١٢٩٠٩	٠٠٠٩٤٥	١٠٫٨٧٠٩١	٩٫٩٩٦١٠	٢٠
٥٠	٩٫١٣٤٤٧	٠٠٠٩٠٩	٩٫١٣٨٥٤	٠٠٠٩٢٦	١٠٫٨٦١٤٦	٩٫١١٠١٣	١٠
٠	٩٫١٤٣٥٦	٠٠٠٨٨٩	٩٫١٤٧٨٠	٠٠٠٩٠٨	١٠٫٨٥٢٢٠	٩٫٩٩٥٧٥	٠
١٠	٩٫١٥٢٤٥	٠٠٠٨٧١	٩٫١٥٦٨٨	٠٠٠٨٨٩	١٠٫٨٤٣١٢	٩٫٩٩٥٥٧	٥٠
٢٠	٩٫١٦١١٦	٠٠٠٨٥٤	٩٫١٦٥٧٧	٠٠٠٨٧٣	١٠٫٨٣٤٢٣	٩٫٩٩٥٣٩	٤٠
٣٠	٩٫١٦٩٧٠	٠٠٠٨٣٧	٩٫١٧٤٥٠	٠٠٠٨٥٦	١٠٫٨٢٥٥٠	٩٫٩٩٥٢٠	٣٠
٤٠	٩٫١٧٨٠٧	٠٠٠٨٢١	٩٫١٨٣٠٦	٠٠٠٨٤٠	١٠٫٨١٦٩٤	٩٫٩٩٥٠١	٢٠
٥٠	٩٫١٨٦٢٨	٠٠٠٨٠٥	٩٫١٩١٤٦	٠٠٠٨٢٥	١٠٫٨٠٨٥٤	٩٫٩٩٤٨٢	١٠
	٩٫١٩٤٣٣		٩٫١٩٩٧١		١٠٫٨٠٠٢٩	٩٫٩٩٤٦٢	
	جیب التمام	تزید	ماس التمام	تزید	ماس	جیب مستوی	

دقیقہ	جیب مستوی	تفریق	مماس	تفریق	مماس التمام	جیب التمام	
۱۰	۹٫۲۰۲۲۳	۰۰۰۷۷۶	۹٫۲۰۷۸۲	۰۰۰۷۹۶	۱۰٫۷۹۲۱۸	۹٫۹۹۴۴۲	۵۰
۲۰	۹٫۲۰۹۹۹	۰۰۰۷۶۲	۹٫۲۱۵۷۸	۰۰۰۷۸۳	۱۰٫۷۸۴۲۲	۹٫۹۹۴۲۱	۴۰
۳۰	۹٫۲۱۷۶۱	۰۰۰۷۴۸	۹٫۲۲۳۶۱	۰۰۰۷۶۹	۱۰٫۷۷۶۳۹	۹٫۹۹۴۰۰	۳۰
۴۰	۹٫۲۲۵۰۹	۰۰۰۷۳۵	۹٫۲۳۱۳۰	۰۰۰۷۵۶	۱۰٫۷۶۸۷۰	۹٫۹۹۳۷۹	۲۰
۵۰	۹٫۲۳۲۴۴	۰۰۰۷۲۳	۹٫۲۳۸۸۶	۰۰۰۷۴۵	۱۰٫۷۶۱۱۴	۹٫۹۹۳۵۷	۱۰
۰	۹٫۲۳۹۶۷	۰۰۰۷۱۰	۹٫۲۴۶۳۲	۰۰۰۷۳۴	۱۰٫۷۵۳۶۸	۹٫۹۹۳۳۵	۰
۱۰	۹٫۲۴۶۷۷	۰۰۰۶۹۹	۹٫۲۵۳۶۵	۰۰۰۷۲۱	۱۰٫۷۴۶۳۵	۹٫۹۹۳۱۳	۵۰
۲۰	۹٫۲۵۳۷۶	۰۰۰۶۸۷	۹٫۲۶۰۸۶	۰۰۰۷۱۱	۱۰٫۷۳۹۱۴	۹٫۹۹۲۹۰	۴۰
۳۰	۹٫۲۶۰۶۳	۰۰۰۶۷۶	۹٫۲۶۷۹۷	۰۰۰۶۹۹	۱۰٫۷۳۲۰۳	۹٫۹۹۲۶۷	۳۰
۴۰	۹٫۲۶۷۳۹	۰۰۰۶۶۶	۹٫۲۷۴۹۶	۰۰۰۶۹۰	۱۰٫۷۲۵۰۴	۹٫۹۹۲۴۳	۲۰
۵۰	۹٫۲۷۴۰۵	۰۰۰۶۵۵	۹٫۲۸۱۸۶	۰۰۰۶۷۹	۱۰٫۷۱۸۱۴	۹٫۹۹۲۱۹	۱۰
۰	۹٫۲۸۰۶۰	۰۰۰۶۴۵	۹٫۲۸۸۶۵	۰۰۰۶۷۰	۱۰٫۷۱۱۳۵	۹٫۹۹۱۹۵	۰
۱۰	۹٫۲۸۷۰۵	۰۰۰۶۳۵	۹٫۲۹۵۳۵	۰۰۰۶۶۰	۱۰٫۷۰۴۶۵	۹٫۹۹۱۷۰	۵۰
۲۰	۹٫۲۹۳۴۰	۰۰۰۶۲۶	۹٫۳۰۱۹۵	۰۰۰۶۵۱	۱۰٫۶۹۸۰۵	۹٫۹۹۱۴۵	۴۰
۳۰	۹٫۲۹۹۶۶	۰۰۰۶۱۶	۹٫۳۰۸۴۶	۰۰۰۶۴۳	۱۰٫۶۹۱۵۴	۹٫۹۹۱۱۹	۳۰
۴۰	۹٫۳۰۵۸۲	۰۰۰۶۰۷	۹٫۳۱۴۸۹	۰۰۰۶۳۳	۱۰٫۶۸۵۱۱	۹٫۹۹۰۹۳	۲۰
۵۰	۹٫۳۱۱۸۹	۰۰۰۵۹۹	۹٫۳۲۱۲۲	۰۰۰۶۲۵	۱۰٫۶۷۸۷۸	۹٫۹۹۰۶۷	۱۰
	۹٫۳۱۷۸۸		۹٫۳۲۷۴۷		۱۰٫۶۷۲۵۳	۹٫۹۹۰۴۰	
	جیب التمام	[illegible]	مماس التمام		مماس	جیب مستوی	

رتبه دقیقه	جیب مستوی	تفریق	مماس	تفریق	مماس التمام	جیب التمام	
۱۰	۹٫۳۲۳۷۸۸		۹٫۳۳۳۶۵		۱۰٫۶۶۶۳۵	۹٫۹۹۰۱۳	۵۰
		۰۰۰۵۸۲		۰۰۰۶۰۹			
۲۰	۹٫۳۲۹۶۰		۹٫۳۳۹۷۴		۱۰٫۶۶۰۲۶	۹٫۹۸۹۸۶	۴۰
		۰۰۰۵۷۴		۰۰۰۶۰۲			
۳۰	۹٫۳۳۵۳۴		۹٫۳۴۵۷۶		۱۰٫۶۵۴۲۴	۹٫۹۸۹۵۸	۳۰
		۰۰۰۵۶۶		۰۰۰۵۹۴			
۴۰	۹٫۳۴۱۰۰		۹٫۳۵۱۷۰		۱۰٫۶۴۸۳۰	۹٫۹۸۹۳۰	۲۰
		۰۰۰۵۵۸		۰۰۰۵۸۷			
۵۰	۹٫۳۴۶۵۸		۹٫۳۵۷۵۷		۱۰٫۶۴۲۴۳	۹٫۹۸۹۰۱	۱۰
		۰۰۰۵۵۱		۰۰۰۵۷۹			
۰	۹٫۳۵۲۰۹		۹٫۳۶۳۳۶		۱۰٫۶۳۶۶۴	۹٫۹۸۸۷۲	۰
		۰۰۰۵۴۳		۰۰۰۵۷۳			
۱۰	۹٫۳۵۷۵۲		۹٫۳۶۹۰۹		۱۰٫۶۳۰۹۱	۹٫۰۹۸۸۴۳	۵۰
		۰۰۰۵۳۷		۰۰۰۵۶۷			
۲۰	۹٫۳۶۲۸۹		۹٫۳۷۴۷۶		۱۰٫۶۲۵۲۴	۹٫۹۸۸۱۳	۴۰
		۰۰۰۵۳۰		۰۰۰۵۵۹			
۳۰	۹٫۳۶۸۱۹		۹٫۳۸۰۳۵		۱۰٫۶۱۹۶۵	۹٫۹۸۷۸۳	۳۰
		۰۰۰۵۲۲		۰۰۰۵۵۴			
۴۰	۹٫۳۷۳۴۱		۹٫۳۸۵۸۹		۱۰٫۶۱۴۱۱	۹٫۹۸۷۵۳	۲۰
		۰۰۰۵۱۷		۰۰۰۵۴۷			
۵۰	۹٫۳۷۸۵۸		۹٫۳۹۱۳۶		۱۰٫۶۰۸۶۴	۹٫۹۸۷۲۲	۱۰
		۰۰۰۵۱۰		۰۰۰۵۴۱			
۰	۹٫۳۸۳۶۸		۹٫۳۹۶۷۷		۱۰٫۶۰۳۲۳	۹٫۹۸۶۹۰	۰
		۰۰۰۵۰۳		۰۰۰۵۳۵			
۱۰	۹٫۳۸۸۷۱		۹٫۴۰۲۱۲		۱۰٫۵۹۷۸۸	۹٫۹۸۶۵۹	۵۰
		۰۰۰۴۹۸		۰۰۰۵۳۰			
۲۰	۹٫۳۹۳۶۹		۹٫۴۰۷۴۲		۱۰٫۵۹۲۵۸	۹٫۹۸۶۲۷	۴۰
		۰۰۰۴۹۱		۰۰۰۵۲۴			
۳۰	۹٫۳۹۸۶۰		۹٫۴۱۲۶۶		۱۰٫۵۸۷۳۴	۹٫۹۸۵۹۴	۳۰
		۰۰۰۴۸۶		۰۰۰۵۱۸			
۴۰	۹٫۴۰۳۴۶		۹٫۴۱۷۸۴		۱۰٫۵۸۲۱۶	۹٫۹۸۵۶۱	۲۰
		۰۰۰۴۷۹		۰۰۰۵۱۳			
۵۰	۹٫۴۰۸۲۵		۹٫۴۲۲۹۷		۱۰٫۵۷۷۰۳	۹٫۹۸۵۲۸	۱۰
		۰۰۰۴۷۵		۰۰۰۵۰۸			
	۹٫۴۱۳۰۰		۹٫۴۲۸۰۵		۱۰٫۵۷۱۹۵	۹٫۹۸۴۹۴	
	جیب التمام	تفریق	مماس التمام	تفریق	مماس		

دقیقه	جیب مستوی	تفریق	مماس	تفریق	مماس التمام	جیب التمام	
۱۰	۹٫۳۱۷۶۸	۰۰۰۴۶۴	۹٫۴۳۳۰۸	۰۰۰۴۹۸	۱۰٫۵۶۶۹۲	۹٫۹۸۴۶۰	۵۰
۲۰	۹٫۳۲۲۳۲	۰۰۰۴۵۸	۹٫۴۳۸۰۶	۰۰۰۴۹۳	۱۰٫۵۶۱۹۴	۹٫۹۸۴۲۶	۴۰
۳۰	۹٫۳۲۶۹۰	۰۰۰۴۵۳	۹٫۴۴۲۹۹	۰۰۰۴۸۸	۱۰٫۵۵۷۰۱	۹٫۹۸۳۹۱	۳۰
۴۰	۹٫۳۳۱۴۳	۰۰۰۴۴۸	۹٫۴۴۷۸۷	۰۰۰۴۸۴	۱۰٫۵۵۲۱۳	۹٫۹۸۳۵۶	۲۰
۵۰	۹٫۳۳۵۹۱	۰۰۰۴۴۳	۹٫۴۵۲۷۱	۰۰۰۴۷۹	۱۰٫۵۴۷۲۹	۹٫۹۸۳۲۰	۱۰
۰	۹٫۳۴۰۳۴	۰۰۰۴۳۸	۹٫۴۵۷۵۰	۰۰۰۴۷۴	۱۰٫۵۴۲۵۰	۹٫۹۸۲۸۴	
۱۰	۹٫۳۴۴۷۲	۰۰۰۴۳۳	۹٫۴۶۲۲۴	۰۰۰۴۷۰	۱۰٫۵۳۷۷۶	۹٫۹۸۲۴۸	۵۰
۲۰	۹٫۳۴۹۰۵	۰۰۰۴۲۹	۹٫۴۶۶۹۴	۰۰۰۴۶۶	۱۰٫۵۳۳۰۶	۹٫۹۸۲۱۱	۴۰
۳۰	۹٫۳۵۳۳۴	۰۰۰۴۲۴	۹٫۴۷۱۶۰	۰۰۰۴۶۲	۱۰٫۵۲۸۴۰	۹٫۹۸۱۷۴	۳۰
۴۰	۹٫۳۵۷۵۸	۰۰۰۴۲۰	۹٫۴۷۶۲۲	۰۰۰۴۵۸	۱۰٫۵۲۳۷۸	۹٫۹۸۱۳۶	۲۰
۵۰	۹٫۳۶۱۷۸	۰۰۰۴۱۶	۹٫۴۸۰۸۰	۰۰۰۴۵۴	۱۰٫۵۱۹۲۰	۹٫۹۸۰۹۸	۱۰
۰	۹٫۳۶۵۹۴	۰۰۰۴۱۱	۹٫۴۸۵۳۴	۰۰۰۴۵۰	۱۰٫۵۱۴۶۶	۹٫۹۸۰۶۰	۰
۱۰	۹٫۳۷۰۰۵	۰۰۰۴۰۶	۹٫۴۸۹۸۴	۰۰۰۴۴۶	۱۰٫۵۱۰۱۶	۹٫۹۸۰۲۱	۵۰
۲۰	۹٫۳۷۴۱۱	۰۰۰۴۰۳	۹٫۴۹۴۳۰	۰۰۰۴۴۲	۱۰٫۵۰۵۷۰	۹٫۹۷۹۸۲	۴۰
۳۰	۹٫۳۷۸۱۴	۰۰۰۳۹۹	۹٫۴۹۸۷۲	۰۰۰۴۳۹	۱۰٫۵۰۱۲۸	۹٫۹۷۹۴۲	۳۰
۴۰	۹٫۳۸۲۱۳	۰۰۰۳۹۴	۹٫۵۰۳۱۱	۰۰۰۴۳۵	۱۰٫۴۹۶۸۹	۹٫۹۷۹۰۲	۲۰
۵۰	۹٫۳۸۶۰۷	۰۰۰۳۹۱	۹٫۵۰۷۴۶	۰۰۰۴۳۲	۱۰٫۴۹۲۵۴	۹٫۹۷۸۶۱	۱۰
	۹٫۳۸۹۹۸		۹٫۵۱۱۷۸		۱۰٫۴۸۸۲۲	۹٫۹۷۸۲۱	
	جیب التمام	تفریق	مماس التمام	تفریق	مماس	جیب مستوی	

دقیقه	جیب مستوی	تفریق	ماس	تفریق	ماس التمام	جیب التمام	
۱۰	۹٫۴۹۳۸۵		۹٫۵۱۶۰۶		۱۰٫۴۸۳۹۴	۹٫۹۷۷۷۹	۵۰
		۰۰۰۳۸۳		۰۰۰۴۲۵			
۲۰	۹٫۴۹۷۶۸		۹٫۵۲۰۳۱		۱۰٫۴۷۹۶۹	۹٫۹۷۷۳۸	۴۰
		۰۰۰۳۸۰		۰۰۰۴۲۱			
۳۰	۹٫۵۰۱۴۸		۹٫۵۲۴۵۲		۱۰٫۴۷۵۴۸	۹٫۹۷۶۹۶	۳۰
		۰۰۰۳۷۵		۰۰۰۴۱۸			
۴۰	۹٫۵۰۵۲۳		۹٫۵۲۸۷۰		۱۰٫۴۷۱۳۰	۹٫۹۷۶۵۳	۲۰
		۰۰۰۳۷۳		۰۰۰۴۱۵			
۵۰	۹٫۵۰۸۹۶		۹٫۵۳۲۸۵		۱۰٫۴۶۷۱۵	۹٫۹۷۶۱۰	۱۰
		۰۰۰۳۶۸		۰۰۰۴۱۲			
۰	۹٫۵۱۲۶۴		۹٫۵۳۶۹۷		۱۰٫۴۶۳۰۳	۹٫۹۷۵۶۷	
		۰۰۰۳۶۵		۰۰۰۴۰۹			
۱۰	۹٫۵۱۶۲۹		۹٫۵۴۱۰۶		۱۰٫۴۵۸۹۴	۹٫۹۷۵۲۳	۵۰
		۰۰۰۳۶۲		۰۰۰۴۰۶			
۲۰	۹٫۵۱۹۹۱		۹٫۵۴۵۱۲		۱۰٫۴۵۴۸۸	۹٫۹۷۴۷۹	۴۰
		۰۰۰۳۵۹		۰۰۰۴۰۳			
۳۰	۹٫۵۲۳۵۰		۹٫۵۴۹۱۵		۱۰٫۴۵۰۸۵	۹٫۹۷۴۳۵	۳۰
		۰۰۰۳۵۵		۰۰۰۴۰۰			
۴۰	۹٫۵۲۷۰۵		۹٫۵۵۳۱۵		۱۰٫۴۴۶۸۵	۹٫۹۷۳۹۰	۲۰
		۰۰۰۳۵۱		۰۰۰۳۹۷			
۵۰	۹٫۵۳۰۵۶		۹٫۵۵۷۱۲		۱۰٫۴۴۲۸۸	۹٫۹۷۳۴۴	۱۰
		۰۰۰۳۴۹		۰۰۰۳۹۵			
۰	۹٫۵۳۴۰۵		۹٫۵۶۱۰۷		۱۰٫۴۳۸۹۳	۹٫۹۷۲۹۹	۰
		۰۰۰۳۴۶		۰۰۰۳۹۱			
۱۰	۹٫۵۳۷۵۱		۹٫۵۶۴۹۸		۱۰٫۴۳۵۰۲	۹٫۹۷۲۵۲	۵۰
		۰۰۰۳۴۲		۰۰۰۳۸۹			
۲۰	۹٫۵۴۰۹۳		۹٫۵۶۸۸۷		۱۰٫۴۳۱۱۳	۹٫۹۷۲۰۶	۴۰
		۰۰۰۳۴۰		۰۰۰۳۸۷			
۳۰	۹٫۵۴۴۳۳		۹٫۵۷۲۷۴		۱۰٫۴۲۷۲۶	۹٫۹۷۱۵۹	۳۰
		۰۰۰۳۳۶		۰۰۰۳۸۴			
۴۰	۹٫۵۴۷۶۹		۹٫۵۷۶۵۸		۱۰٫۴۲۳۴۲	۹٫۹۷۱۱۱	۲۰
		۰۰۰۳۳۳		۰۰۰۳۸۱			
۵۰	۹٫۵۵۱۰۲		۹٫۵۸۰۳۹		۱۰٫۴۱۹۶۱	۹٫۹۷۰۶۳	۱۰
		۰۰۰۳۳۱		۰۰۰۳۷۹			
	۹٫۵۵۴۳۳		۹٫۵۸۴۱۸		۱۰٫۴۱۵۸۲	۹٫۹۷۰۱۵	۰
	جیب التمام	تفریق	ماس التمام	تفریق	ماس	جیب مستوی	

دقیقه	جیب مستوی	تزید	ماس	تزید	ماس التمام	جیب التمام	
۱۰	۹٫۵۵۷۶۱		۹٫۵۸۷۹۴		۱۰٫۴۱۲۰۶	۹٫۹۶۹۶۶	۵۰
		۰۰۰۳۲۴		۰۰۰۳۷۴			
۲۰	۹٫۵۶۰۸۵		۹٫۵۹۱۶۸		۱۰٫۴۰۸۳۲	۹٫۹۶۹۱۷	۴۰
		۰۰۰۳۲۳		۰۰۰۳۷۲			
۳۰	۹٫۵۶۴۰۸		۹٫۵۹۵۴۰		۱۰٫۴۰۴۶۰	۹٫۹۶۸۶۸	۳۰
		۰۰۰۳۱۹		۰۰۰۳۶۹			
۴۰	۹٫۵۶۷۲۷		۹٫۵۹۹۰۹		۱۰٫۴۰۰۹۱	۹٫۹۶۸۱۸	۲۰
		۰۰۰۳۱۷		۰۰۰۳۶۷			
۵۰	۹٫۵۷۰۴۴		۹٫۶۰۲۷۶		۱۰٫۳۹۷۲۴	۹٫۹۶۷۶۷۶	۱۰
		۰۰۰۳۱۴		۰۰۰۳۶۵			
۰	۹٫۵۷۳۵۸		۹٫۶۰۶۴۱		۱۰٫۳۹۳۵۹	۹٫۹۶۷۱۷	۰
		۰۰۰۳۱۱		۰۰۰۳۶۳			
۱۰	۹٫۵۷۶۶۹		۹٫۶۱۰۰۴		۱۰٫۳۸۹۹۶	۹٫۹۶۶۶۵	۵۰
		۰۰۰۳۰۹		۰۰۰۳۶۰			
۲۰	۹٫۵۷۹۷۸		۹٫۶۱۳۶۴		۱۰٫۳۸۶۳۶	۹٫۹۶۶۱۴	۴۰
		۰۰۰۳۰۶		۰۰۰۳۵۸			
۳۰	۹٫۵۸۲۸۴		۹٫۶۱۷۲۲		۱۰٫۳۸۲۷۸	۹٫۹۶۵۶۲	۳۰
		۰۰۰۳۰۴		۰۰۰۳۵۷			
۴۰	۹٫۵۸۵۸۸		۹٫۶۲۰۷۹		۱۰٫۳۷۹۲۱	۹٫۹۶۵۰۹	۲۰
		۰۰۰۳۰۱		۰۰۰۳۵۴			
۵۰	۹٫۵۸۸۸۹		۹٫۶۲۴۳۳		۱۰٫۳۷۵۶۷	۹٫۹۶۴۵۶	۱۰
		۰۰۰۲۹۹		۰۰۰۳۵۲			
۰	۹٫۵۹۱۸۸		۹٫۶۲۷۸۵		۱۰٫۳۷۲۱۵	۹٫۹۶۴۰۳	۰
		۰۰۰۲۹۶		۰۰۰۳۵۰			
۱۰	۹٫۵۹۴۸۴		۹٫۶۳۱۳۵		۱۰٫۳۶۸۶۵	۹٫۹۶۳۴۹	۵۰
		۰۰۰۲۹۴		۰۰۰۳۴۹			
۲۰	۹٫۵۹۷۷۸		۹٫۶۳۴۸۴		۱۰٫۳۶۵۱۶	۹٫۹۶۲۹۴	۴۰
		۰۰۰۲۹۲		۰۰۰۳۴۶			
۳۰	۹٫۶۰۰۷۰		۹٫۶۳۸۳۰		۱۰٫۳۶۱۷۰	۹٫۹۶۲۴۰	۳۰
		۰۰۰۲۸۹		۰۰۰۳۴۵			
۴۰	۹٫۶۰۳۵۹		۹٫۶۴۱۷۵		۱۰٫۳۵۸۲۵	۹٫۹۶۱۸۵	۲۰
		۰۰۰۲۸۷		۰۰۰۳۴۲			
۵۰	۹٫۶۰۶۴۶		۹٫۶۴۵۱۷		۱۰٫۳۵۴۸۳	۹٫۹۶۱۲۹	۱۰
		۰۰۰۲۸۵		۰۰۰۳۴۱			
	۹٫۶۰۹۳۱		۹٫۶۴۸۵۸		۱۰٫۳۵۱۴۲	۹٫۹۶۰۷۳	
	جیب التمام	تزید	ماس التمام	تزید	ماس	جیب مستوی	

درجه دقیقه	جیب مستوی	تفریق	مماس	تفریق	مماس التمام	جیب التمام	
۱۰	۹ر۶۱۲۱۴	۰۰۰۲۸۰	۹ر۶۵۱۹۷	۰۰۰۳۳۸	۱۰ر۳۴۸۰۴	۹ر۹۶۰۱۷	۵۰
۲۰	۹ر۶۱۴۹۴	۰۰۰۲۷۹	۹ر۶۵۵۳۵	۰۰۰۳۳۵	۱۰ر۳۴۴۶۵	۹ر۹۵۹۶۰	۴۰
۳۰	۹ر۶۱۷۷۳	۰۰۰۲۷۶	۹ر۶۵۸۷۰	۰۰۰۳۳۴	۱۰ر۳۴۱۳۰	۹ر۹۵۹۰۲	۳۰
۴۰	۹ر۶۲۰۴۹	۰۰۰۲۷۴	۹ر۶۶۲۰۴	۰۰۰۳۳۳	۱ر۳۳۷۹۶	۹ر۹۵۸۴۴	۲۰
۵۰	۹ر۶۲۳۲۳	۰۰۰۲۷۲	۹ر۶۶۵۳۷	۰۰۰۳۳۰	۱۰ر۳۳۴۶۳	۹ر۹۵۷۸۶	۱۰
۲۵ ۰	۹ر۶۲۵۹۵	۰۰۰۲۷۰	۹ر۶۶۸۶۷	۰۰۰۳۲۹	۱۰ر۳۳۱۳۳	۹ر۹۵۷۲۸	۰ ۶۵
۱۰	۹ر۶۲۸۶۵	۰۰۰۲۶۸	۹ر۶۷۱۹۶	۰۰۰۳۲۸	۱۰ر۳۲۸۰۴	۹ر۹۵۶۶۸	۵۰
۲۰	۹ر۶۳۱۳۳	۰۰۰۲۶۵	۹ر۶۷۵۲۴	۰۰۰۳۲۶	۱۰ر۳۲۴۷۶	۹ر۹۵۶۰۹	۴۰
۳۰	۹ر۶۳۳۹۸	۰۰۰۲۶۴	۹ر۶۷۸۵۰	۰۰۰۳۲۴	۱۰ر۳۲۱۵۰	۹ر۹۵۵۴۹	۳۰
۴۰	۹ر۶۳۶۶۲	۰۰۰۲۶۲	۹ر۶۸۱۷۴	۰۰۰۳۲۳	۱۰ر۳۱۸۲۶	۹ر۹۵۴۸۸	۲۰
۵۰	۹ر۶۳۹۲۴	۰۰۰۲۶۰	۹ر۶۸۴۹۷	۰۰۰۳۲۱	۱۰ر۳۱۵۰۳	۹ر۹۵۴۲۷	۱۰
۲۶ ۰	۹ر۶۴۱۸۴	۰۰۰۲۵۸	۹ر۶۸۸۱۸	۰۰۰۳۲۰	۱۰ر۳۱۱۸۲	۹ر۹۵۳۶۶	۰ ۶۴
۱۰	۹ر۶۴۴۴۲	۰۰۰۲۵۶	۹ر۶۹۱۳۸	۰۰۰۳۱۹	۱۰ر۳۰۸۶۲	۹ر۹۵۳۰۴	۵۰
۲۰	۹ر۶۴۶۹۸	۰۰۰۲۵۵	۹ر۶۹۴۵۷	۰۰۰۳۱۷	۱۰ر۳۰۵۴۳	۹ر۹۵۲۴۲	۴۰
۳۰	۹ر۶۴۹۵۳	۰۰۰۲۵۲	۹ر۶۹۷۷۴	۰۰۰۳۱۵	۱۰ر۳۰۲۲۶	۹ر۹۵۱۷۹	۳۰
۴۰	۹ر۶۵۲۰۵	۰۰۰۲۵۱	۹ر۷۰۰۸۹	۰۰۰۳۱۵	۱ر۲۹۹۱۱	۹ر۹۵۱۱۶	۲۰
۵۰	۹ر۶۵۴۵۶	۰۰۰۲۴۹	۹ر۷۰۴۰۴	۰۰۰۳۱۳	۱ر۲۹۵۹۶	۹ر۹۵۰۵۲	۱۰
۲۷ ۰	۹ر۶۵۷۰۵		۹ر۷۰۷۱۷		۱۰ر۲۹۲۸۳	۹ر۹۴۹۸۸	۰ ۶۳
	جیب التمام	تفریق	مماس التمام	تفریق	مماس	جیب مستوی	

درجہ دقیقہ	جیب مستوی	تفریق	مماس ۱۰	تفریق	مماس التمام	جیب التمام	
۱۰	۹٫۶۵۹۵۲	۰۰۰۲۴۵	۹٫۷۱۰۲۸	۰۰۰۳۱۱	۱۰٫۲۸۹۷۲	۹٫۹۴۹۲۳	۵۰
۲۰	۹٫۶۶۱۹۷	۰۰۰۲۴۴	۹٫۷۱۳۳۹	۰۰۰۳۰۹	۱۰٫۲۸۶۶۱	۹٫۹۴۸۵۸	۴۰
۳۰	۹٫۶۶۴۴۱	۰۰۰۲۴۱	۹٫۷۱۶۴۸	۰۰۰۳۰۷	۱۰٫۲۸۳۵۲	۹٫۹۴۷۹۳	۳۰
۴۰	۹٫۶۶۶۸۲	۰۰۰۲۴۰	۹٫۷۱۹۵۵	۰۰۰۳۰۷	۱۰٫۲۸۰۴۵	۹٫۹۴۷۲۷	۲۰
۵۰	۹٫۶۶۹۲۲	۰۰۰۲۳۹	۹٫۷۲۲۶۲	۰۰۰۳۰۵	۱۰٫۲۷۷۳۸	۹٫۹۴۶۶۰	۱۰
۰	۹٫۶۷۱۶۱	۰۰۰۲۳۶	۹٫۷۲۵۶۷	۰۰۰۳۰۵	۱۰٫۲۷۴۳۳	۹٫۹۴۵۹۳	۰ ۶۲
۱۰	۹٫۶۷۳۹۸	۰۰۰۲۳۵	۹٫۷۲۸۷۲	۰۰۰۳۰۳	۱۰٫۲۷۱۲۸	۹٫۹۴۵۲۴	۵۰
۲۰	۹٫۶۷۶۳۳	۰۰۰۲۳۳	۹٫۷۳۱۷۵	۰۰۰۳۰۱	۱۰٫۲۶۸۲۵	۹٫۹۴۴۵۸	۴۰
۳۰	۹٫۶۷۸۶۶	۰۰۰۲۳۲	۹٫۷۳۴۷۶	۰۰۰۳۰۱	۱۰٫۲۶۵۲۴	۹٫۹۴۳۹۰	۳۰
۴۰	۹٫۶۸۰۹۸	۰۰۰۲۳۰	۹٫۷۳۷۷۷	۰۰۰۳۰۰	۱۰٫۲۶۲۲۳	۹٫۹۴۳۲۱	۲۰
۵۰	۹٫۶۸۳۲۸	۰۰۰۲۲۹	۹٫۷۴۰۷۷	۰۰۰۲۹۸	۱۰٫۲۵۹۲۳	۹٫۹۴۲۵۲	۱۰
۰	۹٫۶۸۵۵۷	۰۰۰۲۲۷	۹٫۷۴۳۷۵	۰۰۰۲۹۸	۱۰٫۲۵۶۲۵	۹٫۹۴۱۸۲	۰ ۶۱
۱۰	۹٫۶۸۷۸۴	۰۰۰۲۲۶	۹٫۷۴۶۷۳	۰۰۰۲۹۶	۱۰٫۲۵۳۲۷	۹٫۹۴۱۱۲	۵۰
۲۰	۹٫۶۹۰۱۰	۰۰۰۲۲۴	۹٫۷۴۹۶۹	۰۰۰۲۹۵	۱۰٫۲۵۰۳۱	۹٫۹۴۰۴۱	۴۰
۳۰	۹٫۶۹۲۳۴	۰۰۰۲۲۲	۹٫۷۵۲۶۴	۰۰۰۲۹۴	۱۰٫۲۴۷۳۶	۹٫۹۳۹۷۰	۳۰
۴۰	۹٫۶۹۴۵۶	۰۰۰۲۲۱	۹٫۷۵۵۵۸	۰۰۰۲۹۳	۱۰٫۲۴۴۴۲	۹٫۹۳۸۹۸	۲۰
۵۰	۹٫۶۹۶۷۷	۰۰۰۲۲۰	۹٫۷۵۸۵۲	۰۰۰۲۹۲	۱۰٫۲۴۱۴۸	۹٫۹۳۸۲۶	۱۰
۰	۹٫۶۹۸۹۷		۹٫۷۶۱۴۴		۱۰٫۲۳۸۵۶	۹٫۹۳۷۵۳	۶۰
	جیب التمام	تفریق	مماس التمام	تفریق	مماس	جیب مستوی	

درجه	دقیقه	جیب مستوی	تفریق	مماس	تفریق	مماس التمام	جیب التمام	دقیقه	درجه
	۱۰	۹٫۷۰۱۱۵		۹٫۷۶۴۳۵		۱۰٫۲۳۵۶۵	۹٫۹۳۶۸۰	۵۰	
			۰۰۰۲۱۷		۰۰۰۲۹۰				
	۲۰	۹٫۷۰۳۳۲		۹٫۷۶۷۲۵		۱۰٫۲۳۲۷۵	۹٫۹۳۶۰۶	۴۰	
			۰۰۰۲۱۵		۰۰۰۲۹۰				
	۳۰	۹٫۷۰۵۴۷		۹٫۷۷۰۱۵		۱۰٫۲۲۹۸۵	۹٫۹۳۵۳۲	۳۰	
			۰۰۰۲۱۴		۰۰۰۲۸۸				
	۴۰	۹٫۷۰۷۶۱		۹٫۷۷۳۰۳		۱۰٫۲۲۶۹۷	۹٫۹۳۴۵۷	۲۰	
			۰۰۰۲۱۲		۰۰۰۲۸۸				
	۵۰	۹٫۷۰۹۷۳		۹٫۷۷۵۹۱		۱۰٫۲۲۴۰۹	۹٫۹۳۳۸۲	۱۰	
			۰۰۰۲۱۱		۰۰۰۲۸۶				
۳۱	۰	۹٫۷۱۱۸۴		۹٫۷۷۸۷۷		۱۰٫۲۲۱۲۳	۹٫۹۳۳۰۷	۰	۵۹
			۰۰۰۲۰۹		۰۰۰۲۸۶				
	۱۰	۹٫۷۱۳۹۳		۹٫۷۸۱۶۳		۱۰٫۲۱۸۳۷	۹٫۹۳۲۳۰	۵۰	
			۰۰۰۲۰۹		۰۰۰۲۸۵				
	۲۰	۹٫۷۱۶۰۲		۹٫۷۸۴۴۸		۱۰٫۲۱۵۵۲	۹٫۹۳۱۵۴	۴۰	
			۰۰۰۲۰۷		۰۰۰۲۸۴				
	۳۰	۹٫۷۱۸۰۹		۹٫۷۸۷۳۲		۱۰٫۲۱۲۶۸	۹٫۹۳۰۷۷	۳۰	
			۰۰۰۲۰۵		۰۰۰۲۸۳				
	۴۰	۹٫۷۲۰۱۴		۹٫۷۹۰۱۵		۱۰٫۲۰۹۸۵	۹٫۹۲۹۹۹	۲۰	
			۰۰۰۲۰۴		۰۰۰۲۸۲				
	۵۰	۹٫۷۲۲۱۸		۹٫۷۹۲۹۷		۱۰٫۲۰۷۰۳	۹٫۹۲۹۲۱	۱۰	
			۰۰۰۲۰۳		۰۰۰۲۸۲				
۳۲	۰	۹٫۷۲۴۲۱		۹٫۷۹۵۷۹		۱۰٫۲۰۴۲۱	۹٫۹۲۸۴۲	۰	۵۸
			۰۰۰۲۰۱		۰۰۰۲۸۱				
	۱۰	۹٫۷۲۶۲۲		۹٫۷۹۸۶۰		۱۰٫۲۰۱۴۰	۹٫۹۲۷۶۳	۵۰	
			۰۰۰۲۰۱		۰۰۰۲۸۰				
	۲۰	۹٫۷۲۸۲۳		۹٫۸۰۱۴۰		۱۰٫۱۹۸۶۰	۹٫۹۲۶۸۳	۴۰	
			۰۰۰۱۹۹		۰۰۰۲۷۹				
	۳۰	۹٫۷۳۰۲۲		۹٫۸۰۴۱۹		۱۰٫۱۹۵۸۱	۹٫۹۲۶۰۳	۳۰	
			۰۰۰۱۹۷		۰۰۰۲۷۸				
	۴۰	۹٫۷۳۲۱۹		۹٫۸۰۶۹۷		۱۰٫۱۹۳۰۳	۹٫۹۲۵۲۲	۲۰	
			۰۰۰۱۹۷		۰۰۰۲۷۸				
	۵۰	۹٫۷۳۴۱۶		۹٫۸۰۹۷۵		۹٫۱۹۰۲۵	۹٫۹۲۴۴۱	۱۰	
			۰۰۰۱۹۵		۰۰۰۲۷۷				
۳۳	۰	۹٫۷۳۶۱۱		۹٫۸۱۲۵۲		۱۰٫۱۸۷۴۸	۹٫۹۲۳۵۹	۰	۵۷
		جیب التمام	تفریق	مماس التمام	تفریق	مماس	جیب مستوی		

درجہ دقیقہ	جیب مستوی	تفریق	مماس	تفریق	مماس التمام	جیب التمام	
۱۰	۹٫۷۳۸۰۵	۰۰۰۱۹۲	۹٫۸۱۵۲۸	۰۰۰۲۷۵	۱۰٫۱۸۴۷۲	۹٫۹۲۲۷۷	۵۰
۲۰	۹٫۷۳۹۹۷	۰۰۰۱۹۲	۹٫۸۱۸۰۳	۰۰۰۲۷۵	۱۰٫۱۸۱۹۷	۹٫۹۲۱۹۴	۴۰
۳۰	۹٫۷۴۱۸۹	۰۰۰۱۹۰	۹٫۸۲۰۷۸	۰۰۰۲۷۴	۱۰٫۱۷۹۲۲	۹٫۹۲۱۱۱	۳۰
۴۰	۹٫۷۴۳۷۹	۰۰۰۱۸۹	۹٫۸۲۳۵۲	۰۰۰۲۷۴	۱۰٫۱۷۶۴۸	۹٫۹۲۰۲۷	۲۰
۵۰	۹٫۷۴۵۶۸	۰۰۰۱۸۸	۹٫۸۲۶۲۶	۰۰۰۲۷۳	۱۰٫۱۷۳۷۴	۹٫۹۱۹۴۲	۱۰
۰	۹٫۷۴۷۵۶	۰۰۰۱۸۷	۹٫۸۲۸۹۹	۰۰۰۲۷۲	۱۰٫۱۷۱۰۱	۹٫۹۱۸۵۷	۵۶ ۰
۱۰	۹٫۷۴۹۴۳	۰۰۰۱۸۵	۹٫۸۳۱۷۱	۰۰۰۲۷۱	۱۰٫۱۶۸۲۹	۹٫۹۱۷۷۲	۵۰
۲۰	۹٫۷۵۱۲۸	۰۰۰۱۸۵	۹٫۸۳۴۴۲	۰۰۰۲۷۱	۱۰٫۱۶۵۵۸	۹٫۹۱۶۸۶	۴۰
۳۰	۹٫۷۵۳۱۳	۰۰۰۱۸۳	۹٫۸۳۷۱۳	۰۰۰۲۷۱	۱۰٫۱۶۲۸۷	۹٫۹۱۵۹۹	۳۰
۴۰	۹٫۷۵۴۹۶	۰۰۰۱۸۲	۹٫۸۳۹۸۴	۰۰۰۲۷۰	۱۰٫۱۶۰۱۶	۹٫۹۱۵۱۲	۲۰
۵۰	۹٫۷۵۶۷۸	۰۰۰۱۸۱	۹٫۸۴۲۵۴	۰۰۰۲۶۹	۱۰٫۱۵۷۴۶	۹٫۹۱۴۲۵	۱۰
۰	۹٫۷۵۸۵۹	۰۰۰۱۸۰	۹٫۸۴۵۲۳	۰۰۰۲۶۸	۱۰٫۱۵۴۷۷	۹٫۹۱۳۳۶	۵۵ ۰
۱۰	۹٫۷۶۰۳۹	۰۰۰۱۷۹	۹٫۸۴۷۹۱	۰۰۰۲۶۸	۱۰٫۱۵۲۰۹	۹٫۹۱۲۴۸	۵۰
۲۰	۹٫۷۶۲۱۸	۰۰۰۱۷۷	۹٫۸۵۰۵۹	۰۰۰۲۶۸	۱۰٫۱۴۹۴۱	۹٫۹۱۱۵۸	۴۰
۳۰	۹٫۷۶۳۹۵	۰۰۰۱۷۷	۹٫۸۵۳۲۷	۰۰۰۲۶۷	۱۰٫۱۴۶۷۳	۹٫۹۱۰۶۹	۳۰
۴۰	۹٫۷۶۵۷۲	۰۰۰۱۷۵	۹٫۸۵۵۹۴	۰۰۰۲۶۶	۱۰٫۱۴۴۰۶	۹٫۹۰۹۷۸	۲۰
۵۰	۹٫۷۶۷۴۷	۰۰۰۱۷۵	۹٫۸۵۸۶۰	۰۰۰۲۶۶	۱۰٫۱۴۱۴۰	۹٫۹۰۸۸۷	۱۰
	۹٫۷۶۹۲۲		۹٫۸۶۱۲۶		۱۰٫۱۳۸۷۴	۹٫۹۰۷۹۶	۵۴ ۰

جیب التمام تفریق مماس التمام تفریق مماس جیب مستوی

دقیقه	جیب مستوی	تفاضل	مماس	تفاضل	مماس التمام	جیب التمام	
۱۰	۹٫۷۷۰۹۵	۰۰۰۱۷۳	۹٫۸۶۳۹۱	۰۰۰۲۶۵	۱۰٫۱۳۶۰۸	۹٫۹۰۷۰۴	۵۰
۲۰	۹٫۷۷۲۶۸	۰۰۰۱۷۱	۹٫۸۶۶۵۶	۰۰۰۲۶۵	۱۰٫۱۳۳۴۴	۹٫۹۰۶۱۱	۴۰
۳۰	۹٫۷۷۴۳۹	۰۰۰۱۷۰	۹٫۸۶۹۲۱	۰۰۰۲۶۴	۱۰٫۱۳۰۷۹	۹٫۹۰۵۱۸	۳۰
۴۰	۹٫۷۷۶۰۹	۰۰۰۱۶۹	۹٫۸۷۱۸۵	۰۰۰۲۶۳	۱۰٫۱۲۸۱۵	۹٫۹۰۴۲۴	۲۰
۰	۹٫۷۷۷۷۸	۰۰۰۱۶۸	۹٫۸۷۴۴۸	۰۰۰۲۶۳	۱۰٫۱۲۵۵۲	۹٫۹۰۳۳۰	۱۰
۰	۹٫۷۷۹۴۶	۰۰۰۱۶۷	۹٫۸۷۷۱۱	۰۰۰۲۶۳	۱۰٫۱۲۲۸۹	۹٫۹۰۲۳۵	۰
۱۰	۹٫۷۸۱۱۳	۰۰۰۱۶۷	۹٫۸۷۹۷۴	۰۰۰۲۶۲	۱۰٫۱۲۰۲۶	۹٫۹۰۱۳۹	۵۰
۲۰	۹٫۷۸۲۸۰	۰۰۰۱۶۵	۹٫۸۸۲۳۶	۰۰۰۲۶۲	۱۰٫۱۱۷۶۴	۹٫۹۰۰۴۴	۴۰
۳۰	۹٫۷۸۴۴۵	۰۰۰۱۶۴	۹٫۸۸۴۹۸	۰۰۰۲۶۱	۱۰٫۱۱۵۰۲	۹٫۸۹۹۴۷	۳۰
۴۰	۹٫۷۸۶۰۹	۰۰۰۱۶۳	۹٫۸۸۷۵۹	۰۰۰۲۶۱	۱۰٫۱۱۲۴۱	۹٫۸۹۸۴۹	۲۰
۵۰	۹٫۷۸۷۷۲	۰۰۰۱۶۲	۹٫۸۹۰۲۰	۰۰۰۲۶۱	۱۰٫۱۰۹۸۰	۹٫۸۹۷۵۲	۱۰
۰	۹٫۷۸۹۳۴	۰۰۰۱۶۱	۹٫۸۹۲۸۱	۰۰۰۲۶۰	۱۰٫۱۰۷۱۹	۹٫۸۹۶۵۳	۰
۱۰	۹٫۷۹۰۹۵	۰۰۰۱۶۱	۹٫۸۹۵۴۱	۰۰۰۲۶۰	۱۰٫۱۰۴۵۹	۹٫۸۹۵۵۴	۵۰
۲۰	۹٫۷۹۲۵۶	۰۰۰۱۵۹	۹٫۸۹۸۰۱	۰۰۰۲۶۰	۱۰٫۱۰۱۹۹	۹٫۸۹۴۵۵	۴۰
۳۰	۹٫۷۹۴۱۵	۰۰۰۱۵۸	۹٫۹۰۰۶۱	۰۰۰۲۵۹	۱۰٫۰۹۹۳۹	۹٫۸۹۳۵۴	۳۰
۴۰	۹٫۷۹۵۷۳	۰۰۰۱۵۸	۹٫۹۰۳۲۰	۰۰۰۲۵۸	۱۰٫۰۹۶۸۰	۹٫۸۹۲۵۴	۲۰
	۹٫۷۹۷۳۱	۰۰۰۱۵۶	۹٫۹۰۵۷۸	۰۰۰۲۵۹	۱۰٫۰۹۴۲۲	۹٫۸۹۱۵۲	۱۰
	۹٫۷۹۸۸۷		۹٫۹۰۸۳۷		۱۰٫۰۹۱۶۳	۹٫۸۹۰۵۰	
	جیب التمام	تفاضل	مماس التمام	تفاضل	مماس	جیب مستوی	